

ALMA MATER STUDIORUM – UNIVERSITA' DI BOLOGNA

SECONDA FACOLTA' DI INGEGNERIA

CON SEDE A CESENA

CORSO DI LAUREA

IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

Classe 10

Sede di Forlì

ELABORATO FINALE DI LAUREA IN

Tecnologia delle Costruzioni Aerospaziali

Studio di un'attrezzatura per prove di ultrafatica

CANDIDATO

Francesco Perugini

RELATORE

Prof. Enrico Troiani

Anno Accademico 2011-2012

Sessione II

ABSTRACT

Il presente lavoro di tesi ha come scopo principale la realizzazione del modello analitico e numerico di un test ad ultrafatica per un provino di acciaio cilindrico.

Una descrizione generale del fenomeno della fatica dei materiali è stata fatta nel primo capitolo. Sono state esaminate le varie tipologie di sollecitazioni cicliche e sono stati brevemente analizzati i diversi aspetti microscopici e macroscopici che caratterizzano il fenomeno della fatica.

Generalmente i test a fatica si effettuano con delle macchine cosiddette convenzionali che funzionano in un range che va da 10 a 100 Hz. Tali macchine vengono utilizzate per ricavare le curve S-N del materiale fino a 10^7 cicli. Oltre a questo termine il tempo crescente necessario a completare i test le rende non adatte. Con lo sviluppo delle moderne macchine per test ad ultrafatica è diventato possibile ottenere sperimentalmente il comportamento di vari materiali in regime VHCF. Queste macchine, diversamente da quelle convenzionali, sfruttano il principio della risonanza per creare un campo di sforzo lungo il provino. Una descrizione delle macchine sia convenzionali sia ad ultrafatica è stata fatta nel capitolo 2.

Il modello analitico sviluppato nel terzo capitolo ha lo scopo di definire proprio il campo di spostamento, di deformazione e di sforzo per un provino cilindrico sottoposto ad un test ad ultrafatica di trazione-compressione a 20 kHz. Nello stesso capitolo inoltre, viene fornita anche una soluzione agli elementi finiti (utilizzando ANSYS), i cui risultati sono stati confrontati con quelli del modello matematico.

INDICE

1	LA FATICA DEI MATERIALI	1
1.1	CENNI STORICI	2
1.2	SOLLECITAZIONI CICLICHE NEL TEMPO	3
1.3	LA CURVA DI WOHLER DEL MATERIALE	6
1.4	ASPETTI MICROSCOPICI DELLA FRATTURA A FATICA	11
1.5	ASPETTI MACROSCOPICI DELLA FRATTURA A FATICA	21
1.6	FATTORI CHE INFLUENZANO LA VITA A FATICA	24
2	MACCHINE E TEST PER PROVE A FATICA	36
2.1	PROVE DI FATICA SUL MATERIALE	39
2.2	LA NATURA STATISTICA DELLA FATICA	41
2.3	TEST E MACCHINE CONVENZIONALI	43
2.4	TEST E MACCHINE ULTRASONICHE	56
	2.4.1 CENNI STORICI	58
	2.4.2 I PRINCIPI DEL TEST ULTRASONICO	59
	2.4.3 COMPOSIZIONE E FUNZIONAMENTO DELLE MACCHINE	63
3	CASO DI STUDIO: MODELLO ANALITICO E NUMERICO DI UN PROVINO SOTTOPOSTO A SOLLECITAZIONE CICLICA A 20 KHz.	67
3.1	INTRODUZIONE	67
3.2	MODELLO ANALITICO	68
3.3	MODELLO NUMERICO (FEM)	77

4	CONCLUSIONI	80
	APPENDICE A: CODICE MATLAB	83

1 LA FATICA DEI MATERIALI

Storicamente scoperta e studiata come fenomeno prettamente metallurgico (quindi nell'ambito dei materiali metallici), in seguito il termine "fatica" è stato usato anche per le altre classi di materiali, come i materiali polimerici o i materiali ceramici. Le rotture da fatica nelle strutture metalliche sono un problema tecnico ben conosciuto.

Possiamo intendere la fatica come la risposta strutturale a sollecitazioni variabili e ripetute nel tempo.

La normativa ASTM E206 fornisce una definizione più precisa:

“La fatica è un processo permanente, progressivo e localizzato di cambiamento strutturale in un materiale soggetto a condizioni di tensione e deformazione variabile nel tempo, che può portare alla formazione di cricche e/o alla frattura dopo un numero sufficiente di cicli”.

L'applicazione ripetuta di un carico può quindi portare alla rottura, anche se la sollecitazione massima è minore della resistenza statica del materiale. Quindi un carico ciclico può essere più dannoso di uno costante a parità di forza massima applicata e ciò è confermato dall'esperienza quotidiana. Per esempio se si desidera rompere un filo di ferro, in genere non è sufficiente piegarlo una volta sola; occorre ripetere il gesto finché il materiale, “affaticato”, cede.

Per spiegare il meccanismo fisico del danneggiamento per fatica si deve innanzitutto osservare che i materiali da costruzione non sono mai omogenei e isotropi, assunzione fatta, in molti casi, per l'analisi statica. Ad esempio, i metalli sono aggregati di grani cristallini (che a loro volta sono aggregati di cristalli, che sono anisotropi); ulteriori disomogeneità sono dovute alla presenza di vuoti o di particelle di materiale differente. Anche se non sono presenti intagli, le tensioni risultano distribuite in modo non uniforme e localmente è facile che superino i limiti dello snervamento anche se la tensione nominale è molto più bassa.

Il cedimento per fatica è dovuto all'accumulo di danni localizzati causati da deformazioni cicliche in campo plastico. Tipicamente la rottura avviene dopo diverse migliaia di cicli. Le zone più svantaggiate sono quelle a tensione più elevata (ad esempio le zone di concentrazione di tensione) e la superficie esterna.

Quando un elemento è sottoposto a carichi statici vicini ai limiti di rottura generalmente si verificano deformazioni molto grandi; in molti casi i danneggiamenti sono visibili e/o danno luogo a fenomeni premonitori (irregolarità

e/o anomalie di funzionamento), mentre le rotture a fatica sono improvvise e totali, quindi più pericolose.

Si intuisce facilmente che la fatica è un fenomeno estremamente più complesso della rottura statica, in quanto dipende simultaneamente dal livello di tensione (in realtà di deformazione) alternata locale e dalla distribuzione di difetti localizzati nel materiale; ad oggi non esiste un modello matematico in grado di descrivere in modo soddisfacente il comportamento a fatica dei materiali.

1.1 CENNI STORICI

Si comincia a parlare di fatica solo dopo la seconda metà dell'800, a causa di rotture allora inspiegabili di assali ferroviari. Si notò, infatti, che molte volte sopraggiungeva la rottura per tensioni minori al carico di snervamento e con connotati simili alla rottura fragile.

Prima della rivoluzione industriale, il fenomeno non era stato evidenziato in campo tecnico poiché le sollecitazioni a fatica non avevano mai rappresentato una causa frequente di rottura negli organi meccanici, in quanto mancavano le condizioni per cui la resistenza a fatica del materiale diventasse più critica della resistenza statica. In particolare con l'industria ferroviaria si ebbe la rovinosa concomitanza dell'impiego di acciaio di elevata durezza e di storie di carico con un numero elevato di cicli.

Prima del 1850 si utilizzavano nelle costruzioni meccaniche legno, rame o acciai a basso tenore di carbonio e quindi di durezza e resistenza statica basse. Tali materiali "sentono" relativamente poco le sollecitazioni a fatica rispetto agli acciai nobili ad alte percentuali di carbonio e legati, che erano utilizzati nell'industria ferroviaria per far fronte agli alti carichi presenti. E' evidente che le sollecitazioni su un assale sono ripetute e quindi di fatica, poiché le fibre superiori sono compresse mentre le inferiori sono in trazione: il materiale subisce una tensione ciclica a flessione alterna che si ripete per milioni di giri.

Il primo studio rigoroso sulla fatica dei materiali fu quello dell'ingegnere delle ferrovie austriache Wohler, che fra il 1858 e il 1870, effettuò numerose prove sperimentali riuscendo ad evidenziare la dipendenza del fenomeno dalla tensione minima, oltre che da quella massima, e l'esistenza di un valore limite dell'ampiezza di oscillazione del carico sotto cui non vi era rottura. Egli intuì che il fenomeno era

dovuto alla natura ciclica della tensione cui l'assale era sottoposto (flessione rotante) e mise in relazione l'ampiezza massima del ciclo di sollecitazione con il numero di cicli che il pezzo sopportava prima della rottura: ne ricavò una serie di curve su base statistica che ancora oggi sono chiamate *diagrammi di Wohler* e costituiscono lo strumento base per la progettazione di componenti meccanici sollecitati a fatica.

In aeronautica il fenomeno della fatica fece la sua tragica comparsa nel 1951, quando gli aerei Comet esplosero in volo a causa delle cricche di fatica provocate sulla fusoliera dalla pressurizzazione della cabina.

Questo fenomeno è assai attuale sia dal punto di vista teorico che da quello pratico: nonostante i notevoli progressi compiuti a riguardo, ancora oggi le rotture per fatica costituiscono oltre il 90% di tutte le rotture in esercizio; sono interessati i settori dell'automobile, dell'aeronautica, della chimica e delle macchine utensili, cioè quelli in cui gli organi meccanici vengono sottoposti a sollecitazioni ripetute o a vibrazioni. Le rotture per fatica sono molto insidiose perché possono avvenire anche dopo un tempo breve di esercizio senza alcun segno premonitore. Per questo aspetto si potrebbe pensare che le rotture a fatica si avvicinino a quelle di tipo fragile: in realtà ne differiscono per cause e velocità di propagazione.

1.2 SOLLECITAZIONI CICLICHE NEL TEMPO

L'esistenza di una sollecitazione periodica è una condizione necessaria per il verificarsi della rottura a fatica. L'andamento delle sollecitazioni può essere ricondotto a uno dei casi fondamentali:

- a)** Sollecitazione alternata simmetrica (tensione media nulla)
- b)** Sollecitazione alternata asimmetrica
- c)** Sollecitazione oscillante dall'origine (tensione minima nulla)
- d)** Sollecitazione pulsante.

In questi casi è ipotizzabile un andamento sinusoidale degli sforzi nel tempo che costituisce quindi una semplice idealizzazione del fenomeno di fatica, che approssima notevolmente tali andamenti: di solito possono essere assai più complessi soprattutto nei casi di sollecitazione dovuta a vibrazioni.

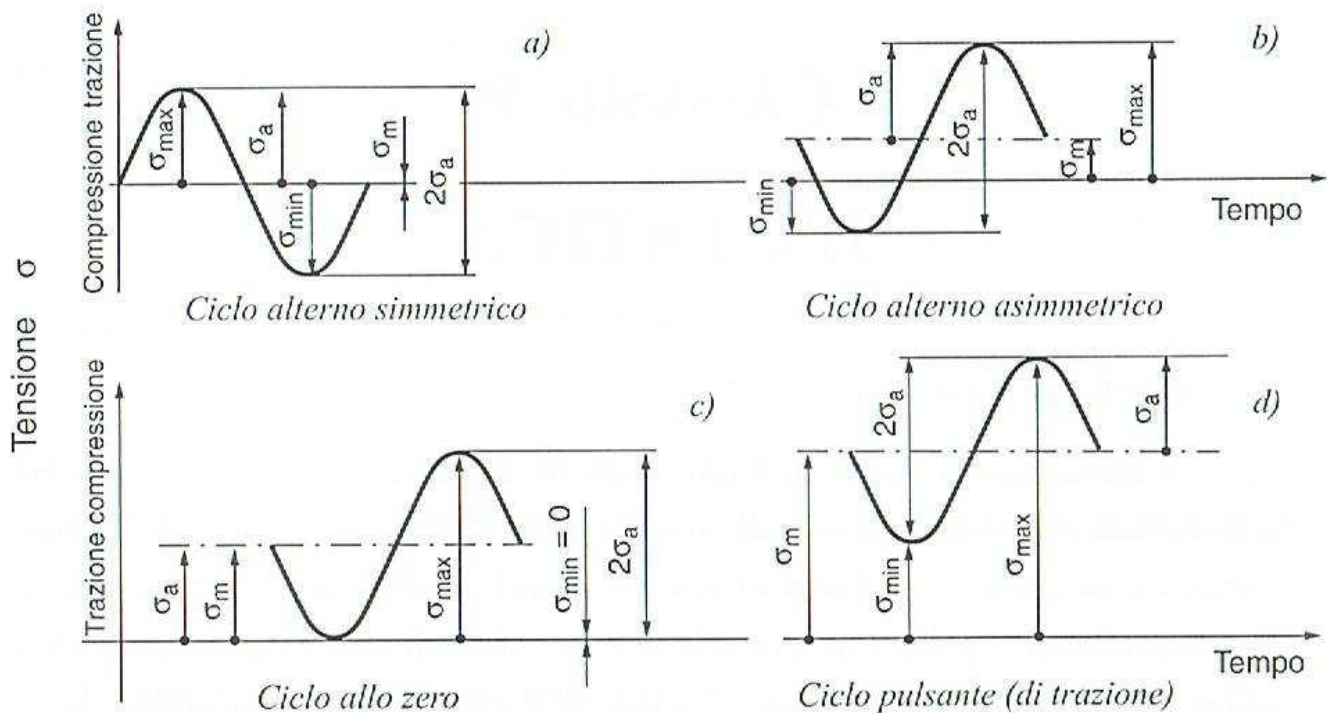


Fig. 1 - Possibili cicli di sollecitazione

I quattro casi di andamenti elencati sopra possono essere ricondotti a una legge matematica di tipo sinusoidale, e per ogni istante t il valore della tensione può essere espresso dalla relazione:

$$\sigma = \sigma_m + \sigma_a \cdot \sin \omega t$$

cioè qualsiasi ciclo si può sempre rappresentare come se fosse originato dalla sovrapposizione di una tensione alternata pura di semiampiezza σ_a (ampiezza di tensione) e pulsazione ω , e una tensione statica σ_m (tensione media).

Per individuare un ciclo sono necessari almeno due parametri indipendenti relativi alla tensione o alla deformazione (normativa UNI 3964).

Qualunque sia il tipo di ciclo, è sempre possibile distinguere un valore superiore della tensione σ_{max} e un valore inferiore σ_{min} espressi rispettivamente da:

$$\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a; \quad \sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a.$$

Da queste relazioni si ricava che la tensione media σ_m vale:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

Mentre, si ottiene un valore di semiampiezza σ_a

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

Tornando ai quattro cicli temporali elencati sopra si ha:

- Per carichi alternati simmetrici:

$$\sigma_{max} = -\sigma_{min} = \sigma_a, \quad \text{con } \sigma_m = 0$$

- Per carichi alternati asimmetrici,

$$\sigma_m \neq 0, \quad \sigma_{max} > 0, \sigma_{min} < 0, \quad \text{con } \sigma_m < \sigma_a$$

- Per carichi oscillanti all'origine:

$$\sigma_{max} / 2 = \sigma_m = \sigma_a, \quad \text{con } \sigma_{min} = 0$$

- Per carichi pulsanti:

$$\sigma_m \neq 0, (\sigma_{max} - \sigma_{min}) > 0, \quad \text{con } \sigma_m > \sigma_a.$$

Le rotture per fatica si possono verificare con sforzi normali, sforzi di flessione (rotante, alternata o piana) o sforzi torsionali, nonché con la loro combinazione (flesso-torsione).

Il rapporto nominale di ciclo R

Il comportamento a fatica non dipende solo dall'ampiezza della sollecitazione alternata σ_a , ma anche dalla tensione media σ_m che spesso è diversa da zero.

Introduciamo perciò un altro valore, R , definito come il rapporto tra il valore minimo e massimo di tensione durante i cicli analizzati. Si ha dunque:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a}$$

Il rapporto di tensione R può variare tra +1 quando $\sigma_a = 0$ (sollecitazione statica pura) e $-\infty$ quando $\sigma_{max} = 0$ (sollecitazione ripetuta a compressione). Se R è -1, per $\sigma_m = 0$, la sollecitazione è alternata simmetrica.

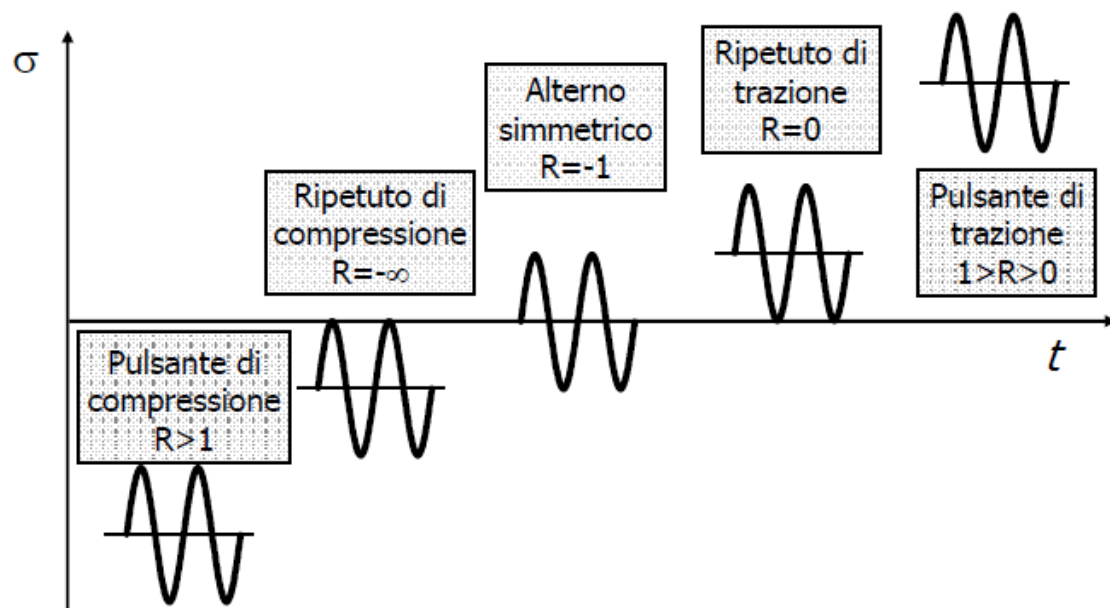


Fig. 2 - Tipi di sollecitazioni e relativo valore di R

1.3 LA CURVA DI WOHLER DEL MATERIALE

I primi risultati sugli esperimenti a fatica furono pubblicati dall'ingegnere tedesco Wohler intorno al 1870, che si era concentrato su prove che coinvolgevano rotture di assali dei carri ferroviari.

Quando s'indende caratterizzare a fatica il materiale, occorre fissare le variabili che concorrono al comportamento a fatica: si definiscono prove standard di riferimento fissate dalla normativa ed eseguite con provini. In seguito, i dati ricavati vengono solitamente presentati attraverso la curva di Wohler.

La curva di Wohler del materiale (o curva S-N) è un diagramma che descrive il comportamento di un provino sottoposto ad una sollecitazione ciclica sinusoidale a valore medio costante ($\sigma_m = cost$). Essa mette in relazione l'ampiezza (σ_a) oppure la tensione massima che causa la rottura ($\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a$), con il numero totale di cicli di vita (N).

Per definire una curva di Wohler, occorre fissare il valore medio della sollecitazione sinusoidale σ_m poiché come è facile intuire, variando il carico medio, a parità di ampiezza della componente ciclica, si ottengono valori differenti di durata.

Perciò, per uno stesso materiale, in letteratura sono riportati diversi diagrammi a valori di resistenza a fatica corrispondenti a diversi valori di σ_m .

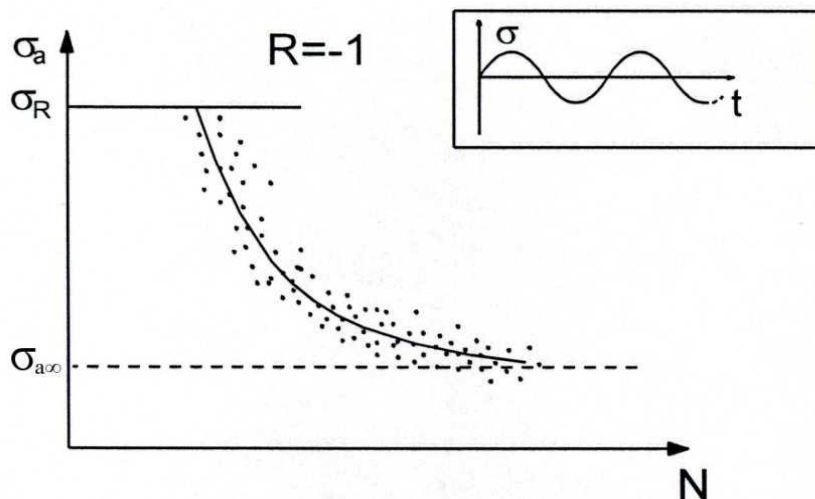


Fig. 3 - Diagramma di Wohler in coordinate non logaritmiche

Questo diagramma riporta in ordinata l'ampiezza di tensione σ_a applicata in funzione del numero N di cicli necessari per la rottura del materiale. La curva risultante è stata ottenuta per sollecitazioni alterno simmetriche ($\sigma_m = 0$) e rapporto di ciclo $R=-1$, effettuate con diversi valori di σ_a .

Osservando il diagramma di Wohler si nota che, pur rimanendo sempre al di sotto della tensione di rottura σ_R che costituisce il limite superiore della curva, il materiale arriva a rottura in un tempo via via inferiore (in termini di cicli) all'aumentare della σ_{max} (e quindi anche dell'ampiezza di carico σ_a). Viceversa, diminuendo l'ampiezza σ_a , la curva prosegue con un'inclinazione sempre minore, fino a che, per alcuni materiali, fra cui l'acciaio, lo sforzo tende asintoticamente ad un valore costante detto *limite di fatica*, nonostante la dispersione dei dati sperimentali. Il valore asintotico del limite di fatica ($\sigma_{a\infty}$ teorico riferito a $2 \cdot 10^6$ cicli) costituisce dunque l'intensità massima di sollecitazione unitaria al di sotto della quale il materiale non cede neanche dopo un numero molto elevato di cicli (le prove vengono condotte fino a 10^7 cicli). La curva di Wöhler (o curva S-N) viene rappresentata convenzionalmente in scala doppio logaritmica ($\log_{10} \sigma_a$ in funzione di $\log_{10} N$).

Si distinguono nella curva di Wohler tre zone definite come:

- I. Zona a **fatica oligociclica** o campo della *resistenza quasi statica* ($N < 10^{3\div 4}$);
- II. Zona a **fatica ad alto numero di cicli** o campo della *resistenza a termine* ($10^{3\div 4} < N < 10^6$);
- III. Zona a durata indeterminata ($N > 10^6$): campo parallelo all'asse N o con lieve pendenza. Il passaggio a questa zona è rappresentato dal *ginocchio* della curva. Per gli acciai nobili esso è compreso tra 10^6 e 10^7 cicli.

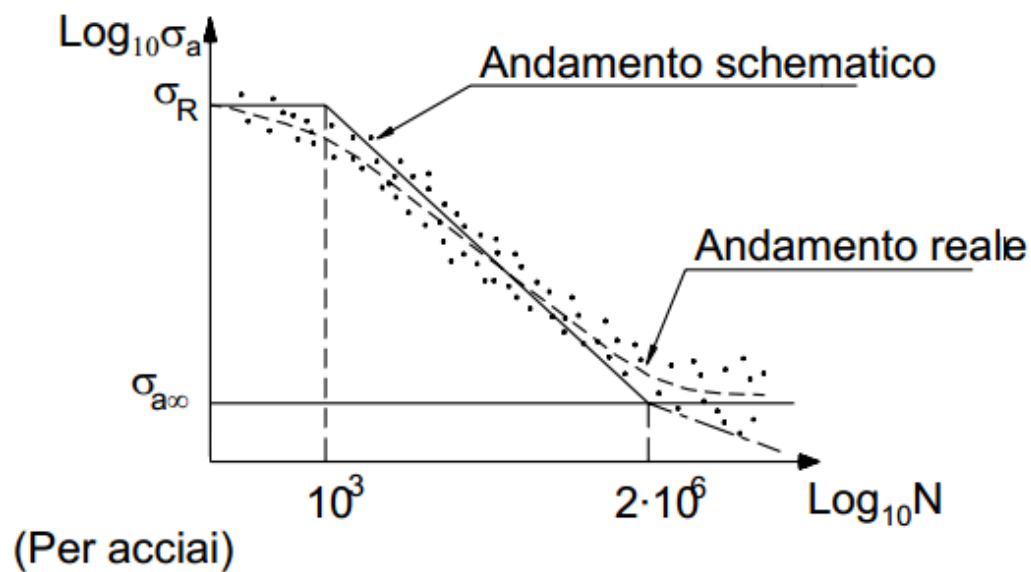


Fig. 4 - Diagramma di Wohler in scala doppio logaritmica

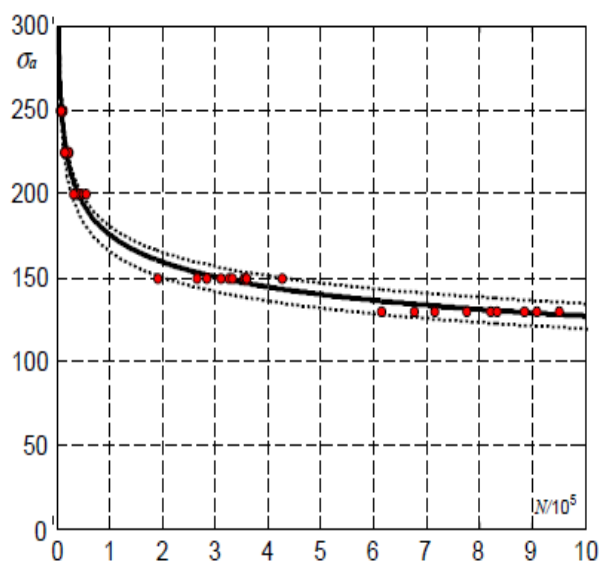


Fig. 5 - Curva di Wohler in coordinate lineari
Acciaio AISI 1010

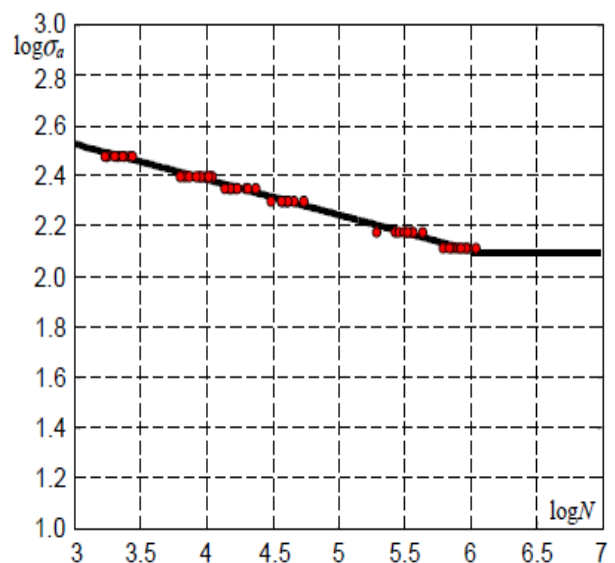


Fig. 6 - Curva di Wohler in coordinate logaritmiche
Acciaio AISI 1010

Il tratto della curva di Wohler più interessante è quello che varia più rapidamente, quello a durata determinata compreso pressappoco tra il carico di snervamento e il limite di fatica. Esso può essere rappresentato analiticamente dalla seguente espressione:

$$N \sigma_a^k = \text{costante}$$

L'espressione $N\sigma_a^k = costante$ in scala doppio logaritmica, corrisponde a una retta di pendenza k .

I valori tipici della pendenza k per acciai e leghe leggere sono tipicamente:

- $k = 8 \div 10$ per provini lisci (provini lucidati)
- $k = 3 \div 4$ per provino intagliati (spallamenti, fori, saldature).

Il valore di k , essendo indicativo della pendenza della retta tra il punto di rottura statica e il limite di fatica a $2 \cdot 10^6$ cicli, è molto importante per il calcolo della vita residua di un componente meccanico sottoposto a sforzi ciclici. Più il valore di k è alto più la pendenza sarà bassa, e quindi il limite di fatica verrà raggiunto a un numero di cicli più elevato e di conseguenza si allungherà il tempo necessario a un materiale per arrivare a rottura.

La procedura sperimentale con la quale si determinano le curve S-N di ogni materiale si articola nei seguenti passi:

- 1) Si sottopone il provino ad uno stato di sforzo ciclico elevato (circa 2/3 dello sforzo di trazione massimo ammesso in condizioni statiche), per il quale la rottura è attesa in un numero di cicli ridotto.
- 2) Si diminuisce l'intensità dello sforzo nel materiale e si applica il carico per un numero di cicli sufficiente a provocare la rottura. Si rileva come aumenta il numero di cicli a rottura, a causa della riduzione dello stato di sforzo.
- 3) Si prosegue a ridurre il carico finché almeno uno o due provini non si rompono nemmeno dopo 10^7 cicli. Si assume tale carico come *limite di fatica* del materiale, valore al di sotto del quale il provino non si rompe.

Il limite di fatica non è un valore assoluto per il materiale e solo apparentemente delimita un campo sicuro da ogni rottura a fatica; esso dipende dalla modalità di applicazione del carico (assiale, flessione rotante, torsione, etc.) ed è influenzato dalle dimensioni e dalla finitura superficiale del provino. Per materiali che invece non mostrano un limite a fatica, i test si protraggono fino a 10^8 cicli, oltre i quali non ha più senso tracciare la curva, in quanto interviene un limite di durata.

Per questi diagrammi risulta evidente come lo sforzo necessario per la rottura del componente diminuisca all'aumentare del numero di cicli: tuttavia è importante segnalare come ci sia una sostanziale differenza tra il comportamento delle *leghe di tipo ferroso* e le *leghe non ferrose*.

Per leghe non ferrose l'andamento della curva è sempre decrescente all'aumentare dei cicli, mentre nelle leghe ferrose la curva converge verso un asintoto da un certo

valore del numero di cicli in poi. Nel primo caso, l'andamento monotono decrescente del valore di tensione di rottura ci suggerisce di cautelarci contro l'inevitabile cedimento del materiale nel tempo.

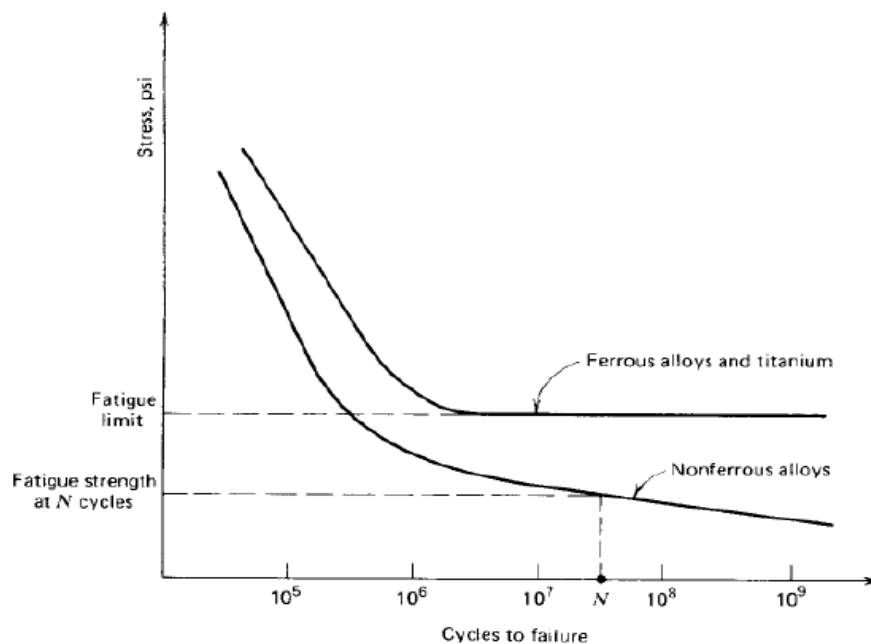


Fig. 7 - Tipico confronto tra le curve S-N di una lega ferrosa e di una lega non ferrosa

Lo sforzo limite a fatica tende a ridursi sotto l'azione di periodiche sovrasollecitazioni, fenomeni di corrosione o elevate temperature di esercizio. Quindi, anche se il materiale presenta uno sforzo limite a fatica superiore a quello rilevato in condizioni operative, si potrebbe avere comunque una rottura a fatica, innescata da altri fattori come: geometria del componente, ambiente chimicamente aggressivo e sforzi termici.

Per tracciare una curva S-N, servono almeno una quindicina di punti sperimentali, ma bisogna considerare che i risultati presentano una certa dispersione e richiedono di essere trattati con tecniche statistiche.

Spesso si tiene conto della dispersione dei dati, sotto un punto di vista probabilistico, utilizzando più curve S-N, ognuna relativa ad una percentuale di sopravvivenza ad un numero molto elevato di cicli ($\sim 10^7$). La dispersione delle rotture è compresa tra due curve limiti che individuano la fascia di fatica. In essa vi sono tutti i provini rotti, ma anche provini non rotti.

Normalmente in letteratura si trovano curve probabilistiche al 10%, 50% e 90% di sopravvivenza, definite come quelle linee al di sotto dei cui valori di σ_a , si hanno rispettivamente il 10%, il 50% e il 90% del totale dei provini ancora integro.

Quando non è specificata la probabilità a una curva di Wohler, si sottintende che questa sia al 50% di sopravvivenza.

Si nota che la dispersione dei dati diminuisce all'aumentare della tensione e quindi all'avvicinarsi al caso statico, poiché esso è soggetto ad un'incertezza minore rispetto alla sollecitazione a fatica.

1.4 ASPETTI MICROSCOPICI DELLA FRATTURA A FATICA

L'aspetto microscopico di una frattura per fatica ha una morfologia di tipo transgranulare e generalmente è molto piatto e regolare.

La più evidente caratteristica che identifica la frattura per fatica a livello microscopico è però costituita dalle striature, anche se è necessario sottolineare subito che esse non sono sempre presenti sulle superfici. In particolare, ogni volta che una cricca si propaga per effetto delle tensioni di trazione del ciclo di carico, si ha una deformazione plastica del suo apice a livello microscopico. Tale aspetto genera su entrambe le superfici di frattura una piccola ruga o avvallamento che viene definita striatura. L'aspetto delle striature sarà simmetrico sulle due superfici di frattura affacciate.

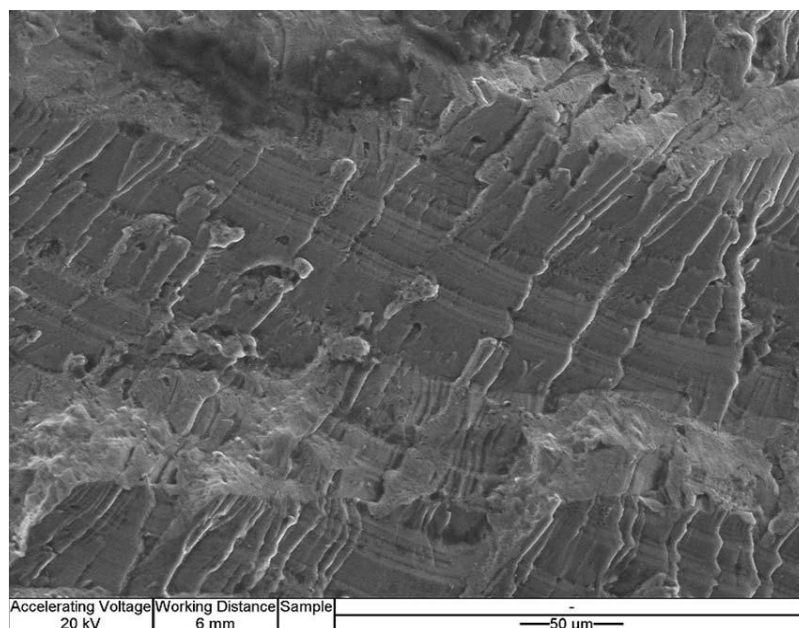


Fig. 8 – Ogni ciclo di carico produce un microscopico avanzamento della cricca, che è ben visibile sulla superficie di frattura.

Se il ciclo di carico rimane costante, con particolare riferimento al valore massimo, le striature vicino all'origine sono estremamente piccole e vicine tra di loro; la cricca cresce poco per volta perché la sua dimensione è ancora contenuta. All'avanzare della frattura, la sezione resistente si riduce, pertanto a parità di carico massimo aumenta la tensione applicata e questo porta ad un aumento dello spazio tra le striature.

Sfortunatamente le striature non sono sempre visibili sulle superfici di frattura per fatica. In particolare questo si verifica se le due superfici subiscono prima dell'indagine sfregamenti o altri danni post-frattura che possono mascherarne la morfologia. E' anche possibile essere tratti in inganno quando si analizzano fratture di metalli a struttura lamellare (come ad esempio strutture perlitiche o aciculari) in quanto l'esame della superficie rivela tali lamelle come linee fini e parallele tra loro, molto simili a striature. Comunque attenti studi con il microscopio elettrico rivelano che l'orientamento delle lamelle varia casualmente da un punto all'altro, mentre le striature sono solitamente concentriche intorno all'origine della microcricca.

Meccanica della frattura

Un cedimento per fatica inizia con una frattura microscopica, inizialmente difficile da rilevare con tecniche sperimentali (liquidi penetranti, ispezioni con raggi X). Man mano che la frattura si sviluppa gli effetti di concentrazione delle tensioni divengono maggiori e la velocità di accrescimento aumenta sempre più rapidamente, prima nella direzione delle massime tensioni tangenziali, poi in direzione ortogonale alle tensioni normali. La sezione resistente diminuisce in ampiezza e la tensione aumenta sino a quando non raggiunge il livello di collasso. Il cedimento è caratterizzato da due distinte aree di frattura: la prima dovuta al progressivo sviluppo della cricca, appare quasi liscia (in realtà ha una struttura molto fine), la seconda, dovuta alla frattura finale, è molto simile alla superficie di frattura di un materiale fragile rotto in trazione.

Il processo del cedimento per fatica viene tipicamente diviso in 4 fasi:

- 1) nucleazione della frattura per fatica;
- 2) accrescimento della frattura lungo un piano di elevata tensione tangenziale (stadio I della propagazione), secondo il Modo II descritto da Irwin, predominante nei materiali duttili;

- 3) propagazione della frattura in direzione normale alla tensione di trazione (stadio II della propagazione), secondo il Modo I descritto da Irwin, predominante nei materiali fragili;
- 4) rottura dell'elemento.

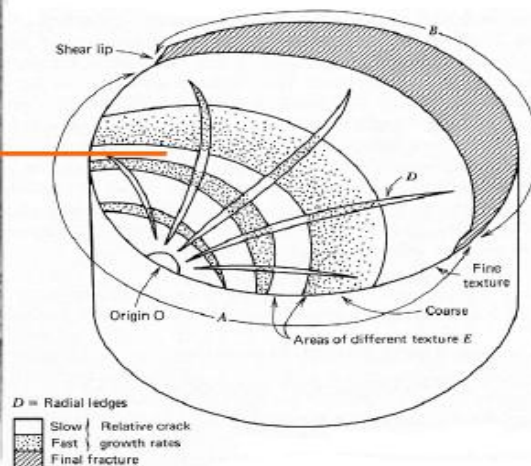
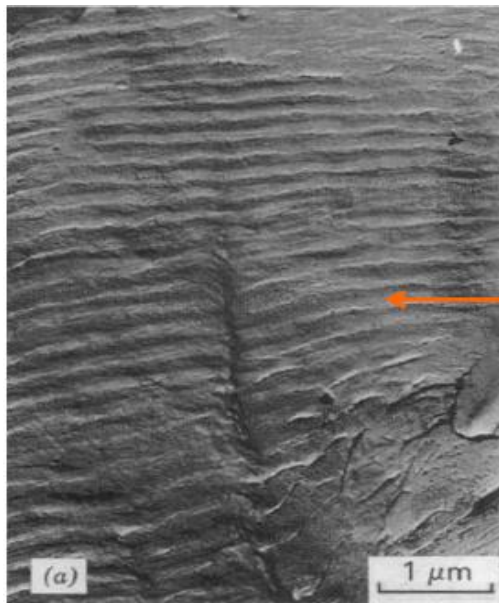
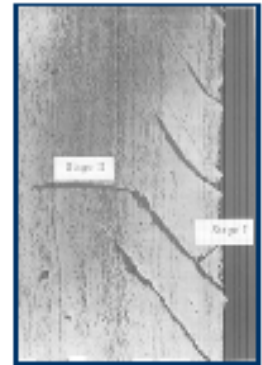
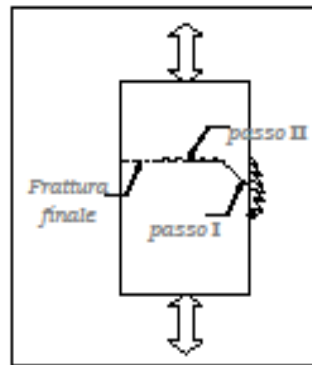


Fig. 9 – Rappresentazione schematica di una superficie di rottura per fatica: ogni striatura indica un avanzamento del fronte di propagazione della cricca dovuto ad un ciclo di carico.

La nucleazione

La formazione delle cricche di fatica è ancora argomento non del tutto compreso; si ritiene che alcuni grani posti sulla superficie del pezzo possano essere in condizioni più sfavorevoli di altri, a causa della particolare orientazione del loro reticolo cristallino, sicchè diventano sede di numerosi movimenti di dislocazioni che portano allo slittamento di interi piani cristallini rispetto ai piani vicini.

Questi movimenti provocano delle irregolarità superficiali con formazione di sporgenze e rientranze, nelle quali si origina la cricca per effetto d'intaglio.

Comunque, la durata della fase iniziale, detta di nucleazione, non può essere prevista e da questo nasce la forte dispersione delle durate delle prove a fatica; invece, la fase seguente, detta di propagazione, è del tutto deterministica.

La nucleazione di un danneggiamento permanente, così come il processo di fatica nel suo complesso, è controllato dunque dalle deformazioni cicliche di tipo plastico che sono generalmente prodotte dal movimento di dislocazioni nel reticolo cristallino del materiale.

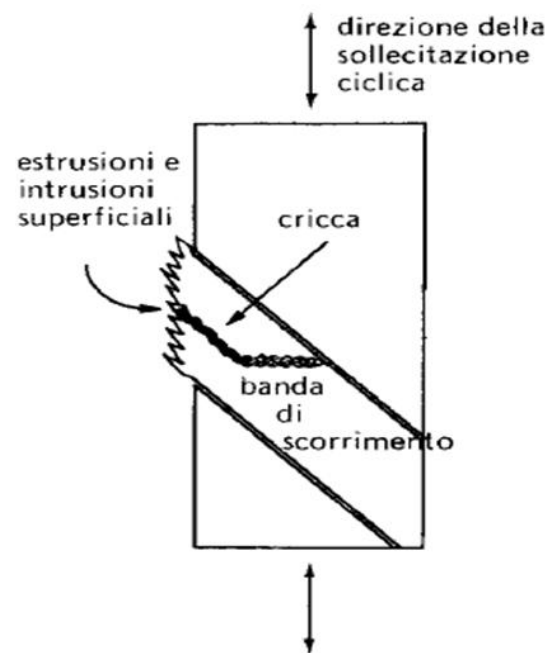


Fig.10 – Processo di nucleazione di una cricca

La microscopia elettronica ha evidenziato come generalmente sulla superficie degli organi "affaticati" siano presenti *estrusioni* o *intrusioni*, cioè microsporgenze e microintagli molto acuti della dimensione di $0,1 \div 1 \mu\text{m}$.

Essi derivano dallo slittamento irreversibile dei piani di maggiore scorrimento dei cristalli meglio orientati rispetto allo sforzo applicato: l'irreversibilità di questi fenomeni deriva dal fatto che avviene un inevitabile incrudimento che impedisce lo scorrimento di ritorno sullo stesso piano.

Lo scorrimento si propone su diversi piani dando origine alle intrusioni e alle estrusioni che si moltiplicano all'aumentare del numero di cicli: queste irregolarità superficiali favoriscono la concentrazione degli sforzi, rendendo così possibile la nucleazione di microcricche che possono essere *intergranulari* o *transgranulari*.

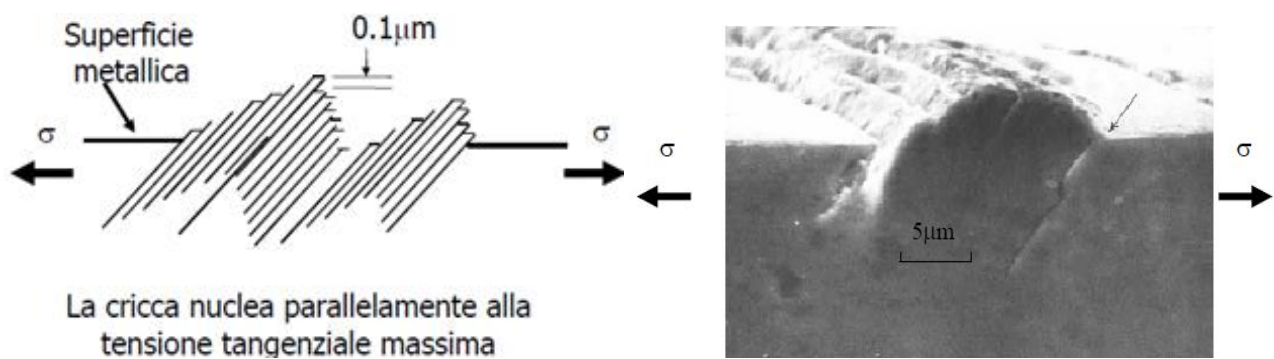


Fig. 11 - Scorrimento dei piani cristallini e creazione di intrusioni ed estrusioni

Il primo stadio di nucleazione termina quando l'entità o la geometria della microfessura è tale per cui la concentrazione di tensioni che essa induce raggiunge il valore critico di propagazione per quel materiale.

Solitamente la superficie del materiale è la zona più favorevole alla nucleazione di microfessure per una serie di cause:

- la presenza di intagli o cavità (notches) che offrono un raggio di curvatura tale da poter propagare immediatamente la fessura;
- condizioni di carico (es. flessione, torsione) che producono i massimi valori tensionali alla superficie;
- geometria della superficie che non si presenta mai come idealmente liscia, ma che presenta sempre piccoli concentratori tensionali;
- bande di scorrimento preesistenti le quali agiscono come concentratori tensionali;

Non è da escludere però che la nucleazione del difetto possa avvenire in grani lontani dalla superficie. L'irreversibilità di queste deformazioni fa in modo che anche superfici in partenza speculari possano, anche se più lentamente, sviluppare irregolarità, dando luogo a cricche dopo un numero sufficiente di sollecitazioni periodiche. A questo primo stadio segue la propagazione del danno.

Una grande maggioranza di microcricche arrestano ben presto la loro propagazione e soltanto alcune di esse raggiungono una profondità maggiore di alcune decine di micron.

Generalmente le microcricche nella loro fase iniziale sono orientate lungo i piani di più facile scorrimento disposti nella direzione di massimo taglio lungo i piani di massimo scorrimento; successivamente durante la propagazione stabile la direzione di propagazione tenderà a variare piano in base alla dimensione e geometria del pezzo nonché allo sforzo applicato.

La non uniforme concentrazione di sforzi e deformazioni è più probabile che si realizzi a bordo grano e causi la formazione di cricche sul bordo grano.

In base al fatto che i bordi grano agiscono come ostacolo allo scorrimento delle dislocazioni, la cricca si sviluppa più facilmente sul bordo del grano a causa della concentrazione dello sforzo che si realizza in quel punto per l'impilamento delle dislocazioni.

Più i grani sono di piccola dimensione, maggiore sarà l'effetto del campo di sforzo sentito all'interno del grano dagli effetti di bordo e la cricca avrà maggiore possibilità di nucleare.

Propagazione della cricca

Come accennato nel paragrafo precedente, in un primo tempo l'accrescimento della cricca è cristallograficamente orientato lungo i piani di scorrimento, ma in seguito la cricca tende a disporsi in un piano diverso, non più legato alla struttura del materiale metallico, ma in un piano legato alla dimensione del pezzo e all'entità del carico applicato.

Nel caso di pezzi di dimensioni grandi la propagazione risulta ortogonale alla direzione dello sforzo massimo di trazione a cui è sottoposto il pezzo.

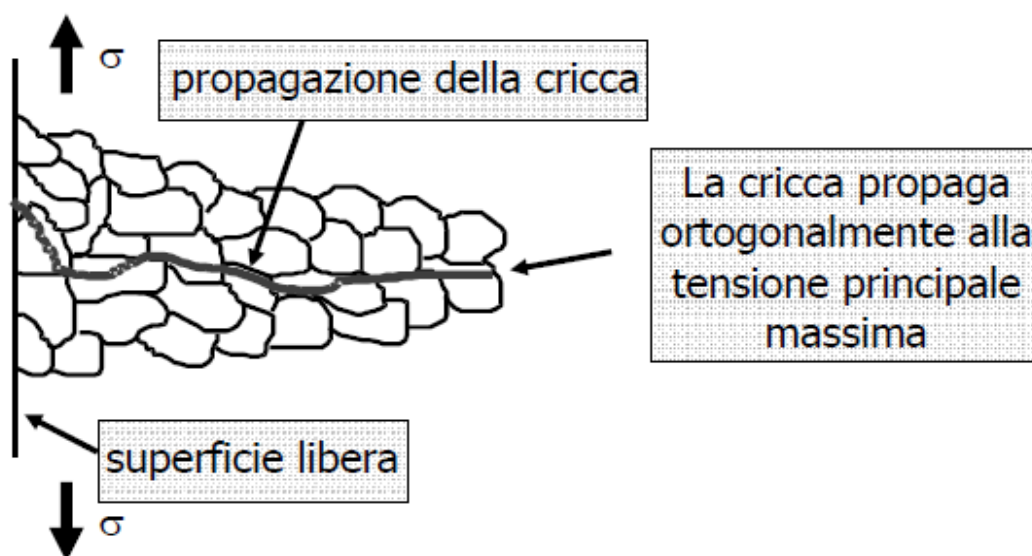


Fig. 12 – Rappresentazione schematica della propagazione della cricca

La propagazione della cricca di fatica è una propagazione stabile, detta così per differenziarla dalla propagazione instabile studiata in meccanica della frattura.

La crescita della cricca è energeticamente sfavorita e può avvenire solo per la presenza delle forze esterne variabili, dal lavoro delle quali viene prelevata l'energia necessaria. La cricca in assenza di forze è chiusa; quando lo sforzo è di trazione si allarga e si arrotonda all'apice senza allungarsi; quando la forza diventa di compressione si richiude, per poi riaprirsi e allungarsi col successivo sforzo di trazione.

La propagazione della cricca è legata alle caratteristiche di resistenza del materiale: in particolare tale resistenza statica è influenzata dalla presenza di difetti. E' opportuno quindi cercare di prevedere il comportamento nel tempo delle cricche presenti nel materiale per stabilire se un certo componente arriverà o meno a rottura.

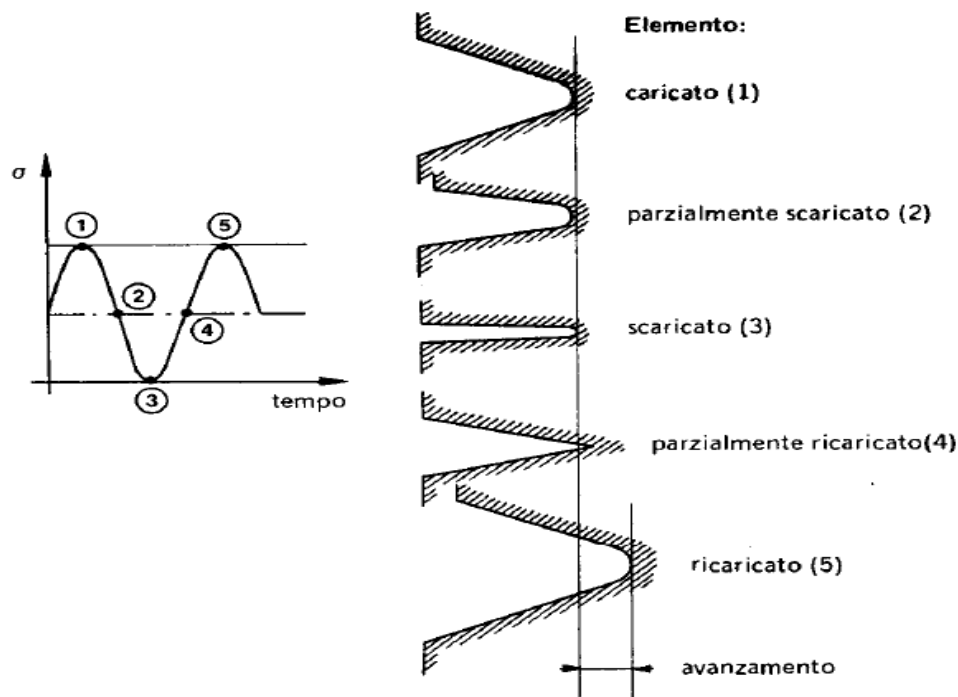


Fig. 13 – Sollecitazione ciclica e relativo comportamento della cricca

Nella realtà si nota come una cricca possa essere sollecitata in modi diversi.

Il caso più utilizzato nella pratica è quello di apertura (Modo I): per questo caso è stato osservato sperimentalmente che le tensioni locali nelle zone di apertura della cricca ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$), nel caso piano, sono proporzionali alla grandezza K_I .

La grandezza del campo di tensioni vicino all'apice della cricca può essere caratterizzata calcolando il valore di K_I , che quindi fornisce una misura della severità della cricca.

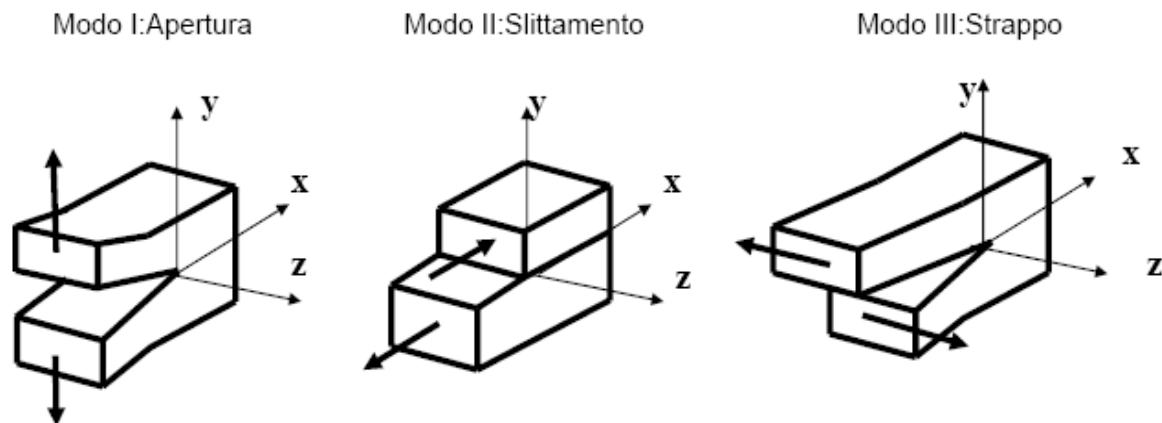


Fig. 14 – Modi fondamentali in cui può essere caricato un elemento criccato

La costante di proporzionalità K_I si chiama *stress intensity factor* (fattore di intensificazione degli sforzi).

E' generalmente espresso come:

$$K_I = \sigma \beta \sqrt{\pi a}$$

dove: a = lunghezza della cricca

σ = tensione applicata

β = funzione della geometria

K_I non è una caratteristica del materiale, ma è semplicemente un parametro che individua l'entità del campo di tensione che si ha in prossimità del vertice di cricca.

Prendiamo il caso di un organo meccanico che subisce oscillazioni di tensione cicliche.

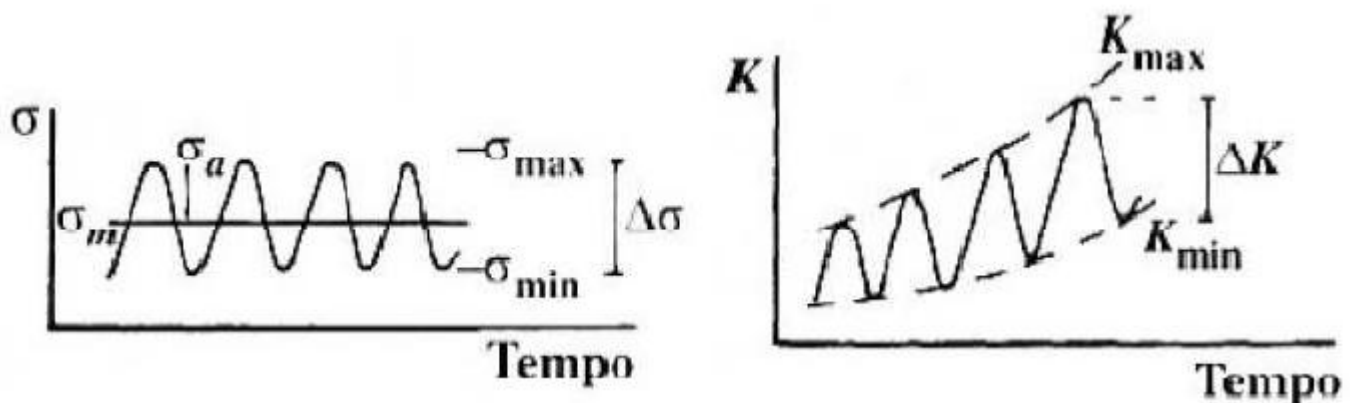


Fig. 15 - Andamento del fattore di intensificazione dello stress in funzione del tempo

Dalle figure sopra riportate è immediato verificare come l'ampiezza $\Delta\sigma$ del ciclo di

carico sia costante, mentre l'ampiezza di variazione di K_I , ovvero ΔK , non lo è; in particolare cresce all'aumentare della lunghezza a di cricca.

Possiamo ottenere una formulazione analitica per ΔK , sfruttando le espressioni di massimo e minimo fattore di intensificazione degli sforzi:

$$K_{max} = (\sigma_{max} \sqrt{\pi a}) \beta$$

$$K_{min} = (\sigma_{min} \sqrt{\pi a}) \beta$$

$$\Delta K = (\Delta \sigma_g \sqrt{\pi a}) \beta$$

con: $\Delta \sigma_g = (\sigma_{max} - \sigma_{min}) = 2\sigma_a$

L'espressione di ΔK dimostra come esso dipenda soltanto dal valore a di ampiezza della cricca.

Velocità di propagazione della cricca. La Legge di Paris

La velocità di propagazione di una cricca è definita come il rapporto tra l'aumento di lunghezza per unità di ciclo di carico e dipende dall'ampiezza delle variazioni cicliche di carico. L'espressione:

$$\frac{dA}{dN} = C \cdot (\Delta K)^m$$

è nota come *legge di Paris*, rappresentabile in diagramma doppio logaritmico, dove C e m sono coefficienti propri del materiale da determinare sperimentalmente.

Nel diagramma seguente si osservano tre regioni:

1. Zona dei bassi valori di $\frac{dA}{dN}$:

l'andamento è quasi verticale, e tende ad un asintoto detto *valore di soglia* ΔK_{th} (*threshold value*). Esso rappresenta il valore minimo di ΔK al di sotto del quale il difetto si propaga in maniera estremamente lenta o non si propaga affatto. Tale parametro è formalmente equivalente al limite di fatica nelle curve S-N.

2. Zona a valori intermedi di $\frac{dA}{dN}$: propagazione della cricca (vita a termine)

andamento lineare descritto dalla *legge di Paris* e corrisponde all'analoga zona centrale del diagramma di Wohler.

3. Zona ad alti valori di $\frac{dA}{dN}$: propagazione rapida (rottura immediata)

andamento a cui corrisponde la propagazione instabile della cricca. In tale zona il campo di tensione applicato è talmente elevato che la rottura si manifesta molto rapidamente.

Le fasi di propagazione viste finora possono esplicitarsi in tempi diversi (intesi come numero di cicli) che variano a seconda del materiale. La durata delle prime due fasi dipende dall'entità della tensione applicata e dal numero di sistemi di scorrimento del reticolo metallico: per piccoli valori del carico applicato e reticoli con pochi sistemi di scorrimento prevale il tempo di formazione della microcricca, mentre per alti valori della tensione e reticoli con molti sistemi di scorrimento è la durata del secondo stadio a regolare la durata complessiva del fenomeno.

Generalmente nei materiali metallici di uso comune i sistemi di scorrimento sono numerosi, perciò il primo stadio è di breve durata e dà origine immediatamente al secondo.

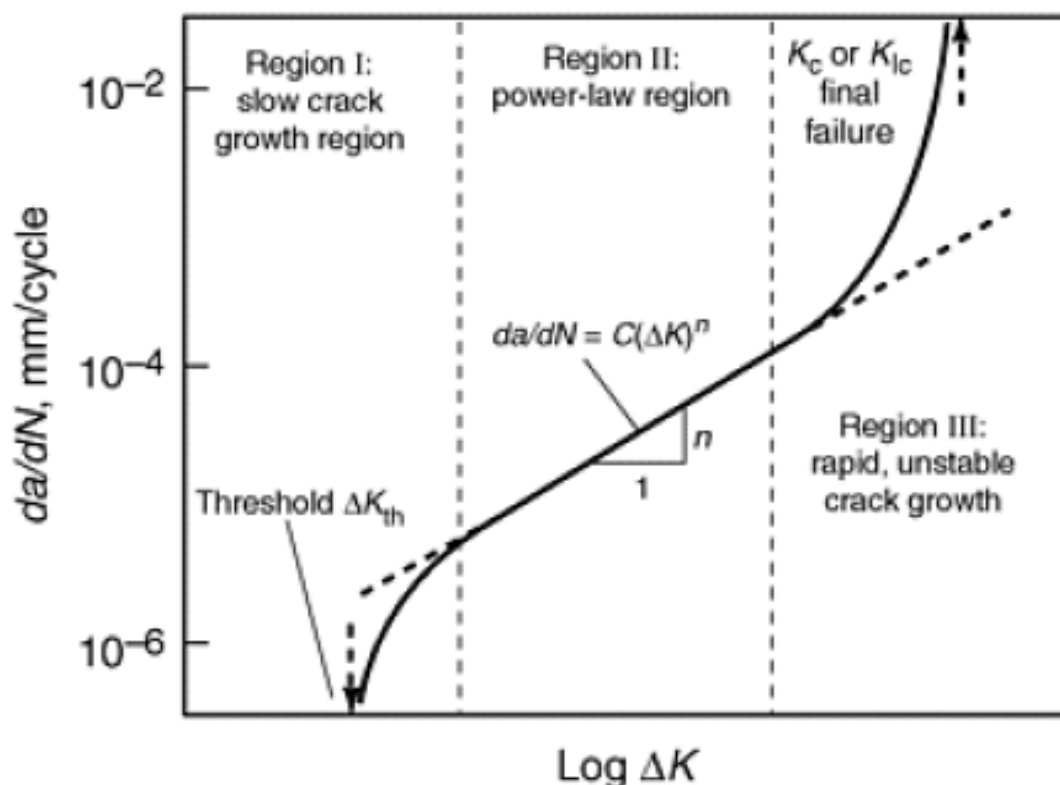


Fig. 16 – Andamento schematico della velocità di propagazione in funzione dell'ampiezza della variazione del fattore di intensificazione dello stress.

Sebbene la più semplice, la legge di Paris non è l'unica formulazione analitica matematica disponibile per descrivere la crescita a fatica di una cricca. Altre leggi sono state proposte in letteratura, la gran parte delle quali aventi natura qualitativa (approccio fenomenologico), ovvero determinate sulla loro più o meno abilità di interpolare bene i dati sperimentali ricavati per certi materiali sollecitati a fatica. Mediante tali relazioni è possibile quindi, mediante integrazione, calcolare la vita residua in un componente di materiale e lunghezza della cricca noti.

1.5 ASPETTI MACROSCOPICI DELLA FRATTURA A FATICA

L'effetto della propagazione della cricca, sia che abbia avuto origine da un difetto preesistente sia da uno scorrimento di tipo intrusivo-estrusivo sulla superficie del pezzo, si riflette su scala macroscopica sulle superfici di rottura: tali superfici di rottura hanno un aspetto che è tipico dei cedimenti per fatica, ovvero il danno riportato è caratteristico delle sequenza di stadi che portano il materiale a rompersi.

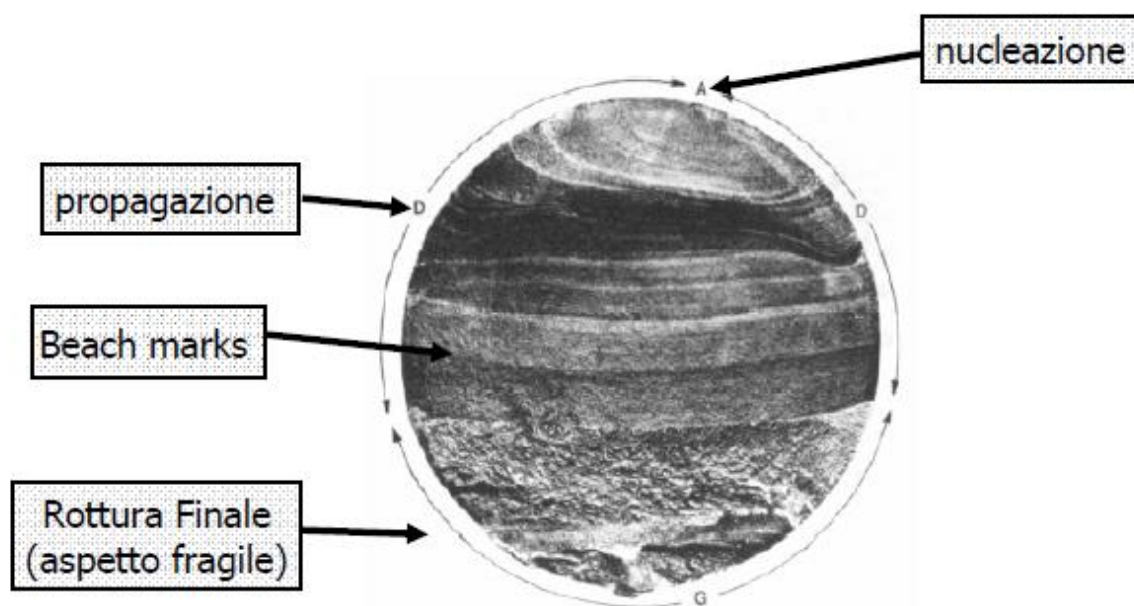


Fig. 17 - Aspetto macroscopico di una rottura per fatica.

L'esame macroscopico consente di trarre molte informazioni riguardanti la frattura per fatica. Siccome l'innesco di una frattura per fatica non richiede uno stress troppo elevato, solitamente non c'è o c'è poca deformazione nel pezzo rotto per fatica.

Se lo stress massimo non supera il limite elastico, possono non esserci deformazioni di tipo plastico, benché la regione di rottura finale possa avere qualche evidente macroscopica deformazione. Per esempio, osservando una frattura, è utile riassembleare i pezzi per determinare se c'è stata una deformazione. Ovviamente l'origine della frattura si troverà nella parte non deformata o comunque nella parte in trazione. E' evidente che se la regione di frattura finale è fragile, non ci dovrebbero essere deformazioni di tipo grossolano, eccetto per i danni di post-frattura. Se prendiamo una sezione di un componente rotto a fatica sono nettamente distinguibili due zone molto diverse fra loro.

Le “linee di spiaggia o di arresto”

La 1° zona ha un aspetto liscio e vellutato formatosi nel 2° stadio, poiché le superfici della cricca a contatto tra loro sono soggette a sfregamento e quindi a erosione. Questa zona può essere totalmente liscia, ma spesso sono evidenti alcune linee particolari, note come *linee di arresto o di riposo o di spiaggia*, che hanno un andamento concentrico rispetto al punto di innesco della cricca.

Le linee di spiaggia sono linee microscopicamente visibili che corrispondono a variazioni cromatiche che si hanno quando si hanno interruzioni nella fase di propagazione (fase 2) di una frattura per fatica, in metalli relativamente duttili. Si originano perché nel funzionamento di componenti di macchine soggetti a fatica, la componente periodica di ciclo componente periodica di ciclo frequenza in relazione ai periodi di lavorazione e riposo.

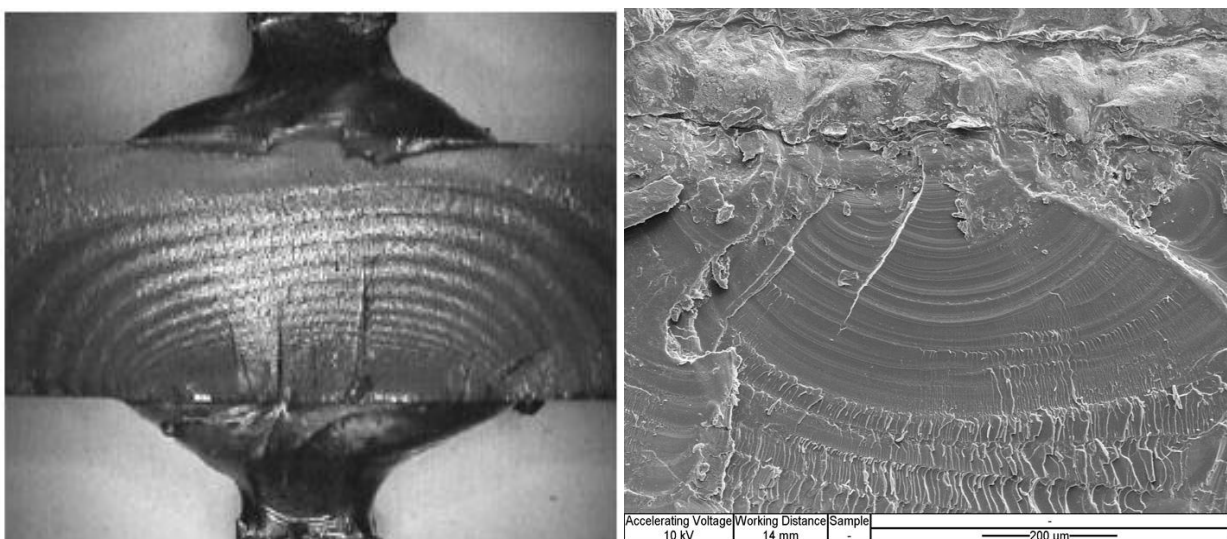


Fig. 18 - Linee di spiaggia: aspetto macroscopico e microscopico

In questi casi dunque la velocità con cui propaga la cricca è variabile, soffrendo l'azione aggressiva dell'ambiente nei periodi di sosta.

Le linee di spiaggia sono spesso causate da un cambiamento nelle condizioni di esercizio del componente. Le linee di spiaggia non devono essere confuse con le striature, benché siano presenti sullo stesso tipo di frattura; possono esserci centinaia di microscopiche striature tra ogni paio di macroscopiche linee di spiaggia. La differenza più ovvia tra le striature e le linee di spiaggia è la spaziatura. Le striature sono avvallamenti estremamente piccoli, visibili solo con un microscopio elettronico. Le linee di spiaggia sono molto più larghe. Se presenti sono normalmente visibili ad occhio nudo.

L'altra differenza è il fattore che le determina: le striature rappresentano l'avanzamento della cricca in corrispondenza di una delle applicazioni di carico, mentre le linee di spiaggia localizzano la posizione della cricca durante i periodi di annullamento temporaneo del carico, ovvero quando le sollecitazioni cessano a causa di un fermo impianto o di un mancato impiego del componente.

I “ratchet marks”

Un altro tratto caratteristico della zona vellutata sono i cosiddetti “*ratchet marks*”: questo termine viene usato per descrivere dei particolari punti sulla superficie di frattura, utili nell'identificazione di fratture per fatica e per individuarne le origini. Questi segni sono essenzialmente perpendicolari alla superficie di origine della frattura per fatica; pertanto in parti circolari questi segni sono essenzialmente radiali puntando verso il centro, mentre in parti piatte all'inizio sono perpendicolari alla superficie ma possono curvare se la loro piega è unidirezionale.

I ratchet marks non sono quindi i punti di origine; ogni ratchet mark separa due fratture per fatica adiacenti. Come la rottura diventa più profonda, le cricche tendono a crescere dal proprio punto di origine, e diventare essenzialmente un'unica frattura per fatica con numerosi punti di origine. Il numero di ratchet marks è uguale, o uno di meno, al numero dei punti di origine; il riconoscimento dei ratchet marks è importante per determinare il numero delle origini.

Zona di rottura di schianto

La 2° zona invece presenta un aspetto rugoso, irregolare e opaco, con rari segni di deformazione plastica, e corrisponde alla rottura di schianto per raggiungimento della sezione critica di rottura. L'aspetto complessivo della superficie di frattura dipende dal tipo e dall'entità dello sforzo massimo a cui è stato sottoposto il componente. La forma delle due superfici dipende dal tipo di sollecitazione che ha provocato prima la cricca e poi la rottura per fatica, mentre il rapporto tra le estensioni delle due zone dipende dall'entità della tensione: una grande estensione delle zona irregolare rispetto a quella vellutata indica che la rottura è avvenuta sotto l'azione di uno sforzo di carico assai rilevante, magari occasionale ma certamente superiore alla tensione di snervamento.

Per tensioni nominali di ciclo elevate in trazione, flessione (rotante e alternata) e torsione solitamente si ritrova una morfologia di frattura composta da una zona vellutata liscia limitata alla zona vicina all'innescò e da una zona irregolare che comprende la quasi totalità della sezione.

E' opportuno evidenziare il fatto che nel caso di flessione rotante la zona vellutata "spiaggiata" tende a formarsi lungo tutto il perimetro della sezione, poiché questo tipo di sollecitazione coinvolge tutta la lunghezza del bordo superficiale, andando a toccare ogni intaglio o difetto presente. In questo modo la zona liscia avrà un avanzamento concentrico che tenderà a contornare la superficie resistente, contribuendo quindi ad abbattere la superficie resistente del componente. La zona rugosa dovuta a rottura fragile dunque sarà presente soltanto al cuore del pezzo.

1.6 FATTORI CHE INFLUENZANO LA VITA A FATICA

Il comportamento a fatica dei vari componenti meccanici è influenzato sia da fattori interni e intrinseci al materiale sia da fattori esterni derivanti dall'ambiente e dalle condizioni di utilizzo. Tali fattori possono avere natura meccanica o metallurgica, in ogni caso, per influenzare il comportamento a fatica devono essere in grado di influire sulla tensione di rottura. La fatica di un organo meccanico comporta l'ampliamento di una cricca e si conclude con il suo cedimento: è giocoforza legare il *limite di fatica* di un materiale, a parità di ogni altra condizione, alla sua tensione di rottura.

Le prove sperimentali mostrano che per l'acciaio lo sforzo limite a fatica varia fra il 40% e il 60% del valore del carico di rottura ottenuto dalla semplice prova di trazione, cioè:

$$0,6 \leq \sigma_{a\infty} / \sigma_R \leq 0,4 .$$

La curva S-N di un materiale viene costruita attraverso una serie di prove sperimentali, eseguite secondo procedure standard su provini del materiale esaminato. E' intuibile che nella realtà, il componente strutturale, costruito con lo stesso materiale, si comporterà in maniera tanto più diversa dal provino quanto più se ne discosta per geometria, finitura, trattamento superficiale e per la presenza di intagli più o meno profondi. Sono state proposte diverse relazioni empiriche che consentono di quantificare gli effetti di alcuni scostamenti.

Va considerato che tutte le correzioni apportate alla curva S-N del materiale sono di natura empirica, conservative e per la maggior parte applicabili unicamente agli acciai.

Verranno di seguito analizzati i principali fattori che hanno importanza rilevante ai fini del miglioramento o peggioramento del comportamento meccanico nel caso di carichi ciclici.

- Materiale (per acciaio)

• Struttura del materiale e dimensioni del grano cristallino

Più un acciaio è resistente, più risente di sollecitazioni a fatica. Un acciaio più resistente avrà in genere un limite di fatica più elevato, ma un aumento del valore dello sforzo a rottura non determina un aumento del limite di fatica in modo strettamente proporzionale.

A parità di limite di rottura, una struttura aciculare resiste meno alla fatica di una globulare, poiché una forma tondeggiante delle particelle riduce la concentrazione di tensioni. Le strutture lamellari, come quella perlitica di alcuni acciai, presentano una tensione di rottura (e quindi un limite di fatica) crescente al decrescere della spaziatura media delle lamelle.

Negli acciai il miglior comportamento a fatica si ottiene con la struttura *martensitica* dopo rinvenimento, per la quale il rapporto tra il limite di fatica e la tensione di rottura è circa 0,6.

La presenza di *austenite* residua peggiora il comportamento a fatica degli acciai temprati e rinvenuti alla stessa durezza perché si presenta come una discontinuità strutturale; ciò dimostra la necessità di trasformare la struttura degli acciai totalmente in martensite durante la tempra. E' necessario dunque prestare particolare attenzione alle caratteristiche di temprabilità dell'acciaio e alla drasticità del fluido di tempra.

Le inclusioni non metalliche pregiudicano notevolmente le caratteristiche di resistenza poiché interrompono la continuità strutturale.

L'influenza delle dimensioni del grano cristallino sulla resistenza a fatica è piuttosto modesta e variabile. Spesso è mascherata dall'influenza della microstruttura, ma si può affermare comunque che, nei metalli non ferrosi e negli acciai ricotti, l'affinamento del grano aumenta il carico di rottura e quindi il limite di fatica. Sugli acciai bonificati invece l'influenza delle dimensioni del grano è minore se non addirittura trascurabile.

• Grado di incrudimento

L'incrudimento ha notevoli effetti sulle proprietà meccaniche: aumenta la tensione di rottura e quella di snervamento, nonché la durezza, ma diminuiscono le proprietà di duttilità e tenacità sia statica che dinamica. Inoltre, l'incrudimento induce un

aumento del limite di rottura che è percentualmente inferiore rispetto all'aumento del limite di snervamento, mentre induce una elevata difettosità in termini di microcricche in condizioni di deformazione elevata.

Perciò è fortemente sconsigliato avvalersi dell'incrudimento per elevare la resistenza a fatica di componenti metallici destinati ad un utilizzo dinamico.

- Dimensioni del pezzo (effetto scala)

I dati sperimentali sono in genere ricavati da provini aventi diametro di 10 mm, perciò tali dati non possono essere direttamente utilizzati nelle procedure di progettazione di organi meccanici più grandi e complessi. Questo problema può essere superato utilizzando (in accordo con la norma UNI 7670) un coefficiente K_d peggiorativo del limite di fatica asintotico $\sigma_{a\infty}$, con $1 \leq K_d \leq 1,5$.

K_d è uguale a 1 per $D=10$ mm e aumenta all'aumentare delle dimensioni del pezzo meccanico.

$$\sigma_{a\infty} = \frac{\sigma_{a\infty \text{ provino}}}{K_d}$$

Le dimensioni del pezzo influiscono direttamente sulla resistenza a fatica per due motivi:

- per l'effetto *volume*, dovuto al fatto che un componente più grande ha una maggiore quantità di difetti, quindi la possibilità di innesco del danneggiamento è maggiore e si verifica più rapidamente;
- per l'effetto *tecnologico* dovuto al fatto che le lavorazioni e i trattamenti superficiali hanno minore influenza positiva nelle zone interne.

L'andamento di K_d in funzione del diametro è riportato in figura (da UNI 7670):

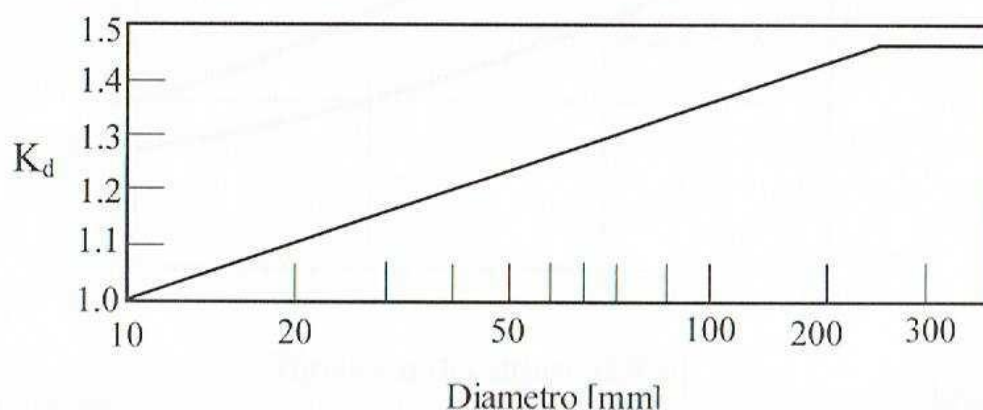


Fig. 19 – Andamendo del coefficiente K_d

- Finitura superficiale

Le rotture per fatica iniziano spesso in un punto della superficie esterna dell'elemento, principalmente per due motivi:

- i cristalli in corrispondenza della superficie possono presentare minore resistenza ai difetti microscopici non essendo totalmente circondata da altri cristalli;
- le irregolarità della superficie (come graffi) costituiscono punti di concentrazione delle tensioni.

Perciò tanto peggiore è la finitura superficiale tanto più facile sarà l'instaurarsi di un processo di rottura. La superficie reale contiene sempre irregolarità nella forma di microsporgenze e microcavità. La moltitudine di irregolarità, situate molto vicine tra loro, rappresenta la *rugosità* della superficie. Più bassa è la rugosità, migliore sarà la resistenza a fatica. In meccanica si utilizza l'indice di rugosità R_a (in μm) per esprimere il grado di finitura: essa può essere misurata utilizzando opportuni strumenti detti rugosimetri. L'effetto della finitura superficiale sulla resistenza a fatica viene stimato mediante un coefficiente di riduzione K_L da applicare ai dati ricavati da provini con finitura elevata:

$$\sigma_{a\infty} = \frac{\sigma_{a\infty \text{ provino}}}{K_L}$$

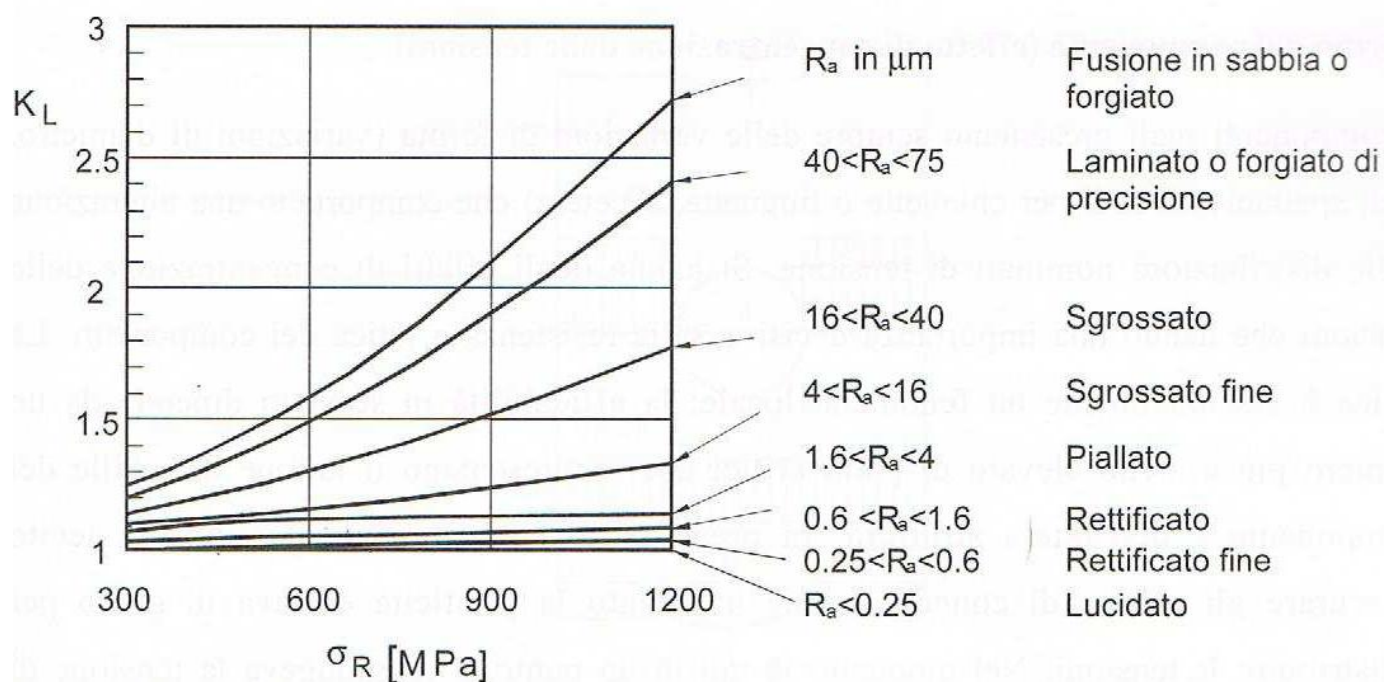


Fig. 20 – Andamento del coefficiente K_L

Il diagramma mostra che quanto maggiore è la rugosità superficiale dovuta alla lavorazione del metallo, tanto più elevato sarà l'abbattimento dovuto a K_L .

I trattamenti meccanici più utilizzati per rendere ottimale la finitura superficiale sono la *rettifica* e la *lucidatura*. Va però considerato il fatto che essi provocano un riscaldamento del pezzo ed il raffreddamento che ne segue può indurre sforzi residui di trazione, cosa che favorirebbe la propagazione di cricche di fatica.

- Trattamenti superficiali

I trattamenti superficiali possono avere una forte influenza sullo sforzo di rottura a fatica ed in particolare sul limite di durata, con effetti che si fanno sentire soprattutto nei componenti che hanno vite molto lunghe. L'effetto principale dei trattamenti è quello di alterare lo stato di sforzo residuo sulla superficie libera.

Gli sforzi residui nascono quando la deformazione plastica non è uniformemente distribuita attraverso l'intera sezione trasversale del componente che è stato deformato. Quando la causa esterna che ha provocato la deformazione viene rimossa, le regioni che hanno subito una deformazione plastica impediscono a quelle che si sono invece deformate elasticamente di recuperare la posizione indeformata. In questa maniera, le regioni deformate elasticamente diventano sede di uno stato di sforzo residuo di trazione, mentre quelle deformate plasticamente vengono sottoposte ad uno stato di sforzo di compressione.

Per molti scopi, lo stato di sforzo residuo può essere considerato equivalente a quello provocato da una forza esterna: la presenza di uno stato di sforzo in compressione sulla superficie tende a diminuire la probabilità di una rottura a fatica, poiché chiude le cricche e ne ostacola la propagazione.

• Trattamenti meccanici

I metodi più utilizzati nell'industria per introdurre degli stati di sforzo residui in compressione nei materiali sono la *rullatura a freddo* e la *pallinatura*: entrambe producono deformazioni plastiche locali.

La rullatura a freddo utilizza la pressione di rulli ed è appropriata nel caso di pezzi di grandi dimensioni; la pallinatura consiste nel sottoporre la superficie del pezzo all'urto con piccole sfere di acciaio da fusione lanciate a grande velocità ed è più adatta alla lavorazione di parti di massa contenuta.

Una tipica distribuzione di tensione residua è mostrata qualitativamente in figura 21: il massimo della precompressione è raggiunto appena sotto la superficie.

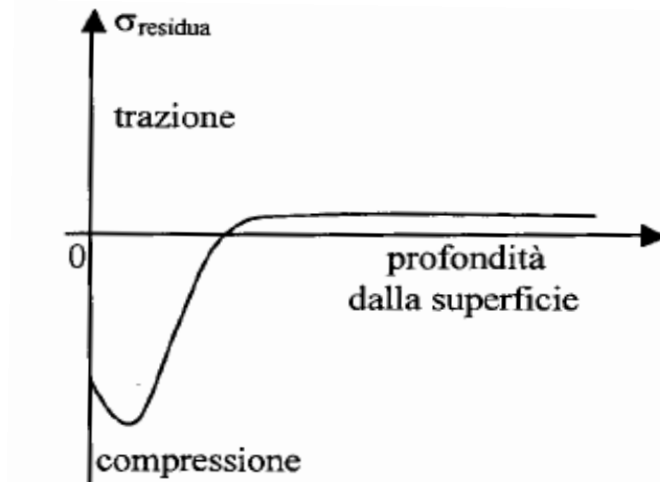


Fig. 21 - Distribuzione della tensione residua sotto ad una superficie trattata con pallinatura

Anche se la resistenza del materiale subisce alcune alterazioni in seguito all'incrudimento derivante da lavorazioni plastiche, il miglioramento della resistenza a fatica è principalmente dovuto allo stato di sforzo residuo in compressione che si riesce a produrre sulla superficie.

L'influenza della rullatura a freddo o della pallinatura si sente maggiormente su vite a fatica molto lunghe, mentre per vite brevi il loro effetto è trascurabile.

L'effetto dei trattamenti meccanici che inducono uno stato di sforzo residuo in compressione sulla superficie del pezzo, analogamente ad altri fattori di modificazione della resistenza a fatica, può essere tenuto in conto attraverso fattori di correzione. Essi cambiano il valore dello sforzo limite di durata e che, nel caso della pallinatura, viene incrementato di un fattore pari a $1.5 \div 2.0$.

- **Trattamenti termici**

Il più utilizzato è la tempra superficiale: è realizzata con riscaldamento a fiamma o a induzione sulla superficie. Nel caso dell'acciaio provoca la trasformazione austenite-martensite, che produce tensioni residue di compressione che possono raggiungere i 200 Mpa.

- **Trattamenti termochimici**

I trattamenti termochimici di *cementazione* o *nitrurazione* degli acciai sono processi che si basano sulla diffusione di Carbonio o Azoto sulla superficie del componente, a

seguito di riscaldamento a temperatura elevata, con mezzi e modalità tipiche della tempra superficiale. Questi alliganti sono interstiziali; cioè, i loro atomi vanno a riempire gli spazi lasciati liberi dagli atomi adiacenti del Ferro senza distorcerne le strutture cristalline.

Entrambi i metodi agiscono nel senso di aumentare la resistenza all'usura dell'acciaio, in quanto ne aumentano la durezza superficiale. Inoltre, a causa dell'aumento di volume dello strato in cui si diffondono, creano uno stato di sforzo residuo in compressione sulla superficie del pezzo.

- **Rivestimenti metallici protettivi**

Solitamente essi si utilizzano per problemi di corrosione, fenomeno che riduce la vita a fatica del pezzo. Tuttavia l'uso non è benefico, soprattutto nel caso di impiego di materiale di rivestimento "duro" come Nickel e Cromo, perché vengono indotti stati di tensione residua di trazione sul materiale base. Nel caso in cui nel rivestimento nasca una cricca, proprio in quel punto si innescano fenomeni auto esaltanti di fatica e di corrosione.

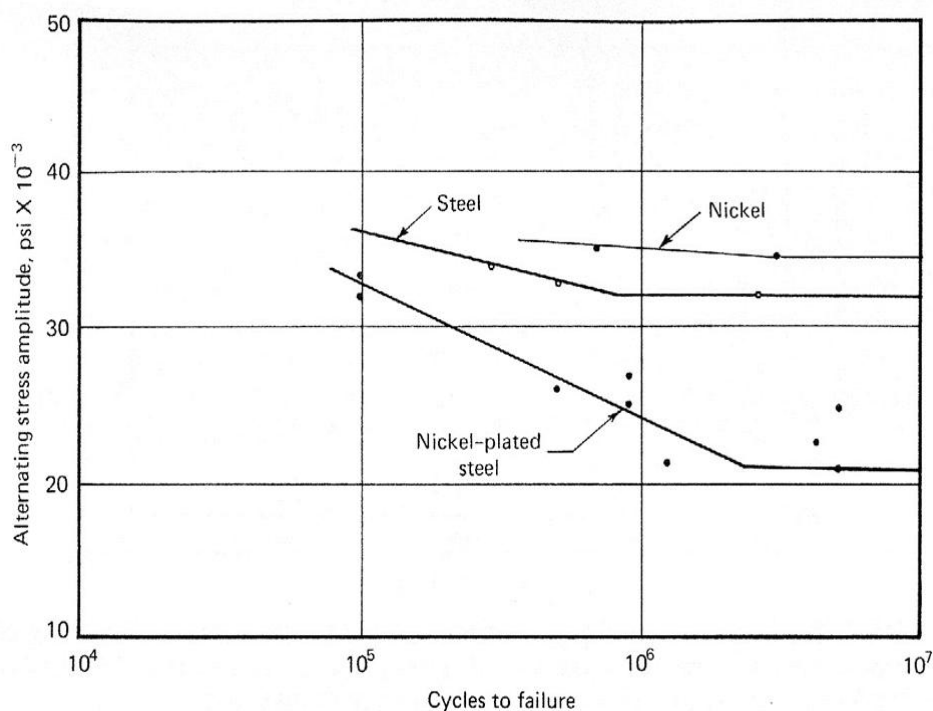


Fig. 22 – Effetto di un rivestimento in Nickel sulla curva S-N di un acciaio

- Effetti di intaglio

Gli organi meccanici reali presentano brusche variazioni di dimensioni con conseguente concentrazione delle tensioni in alcuni punti. L'effetto di una discontinuità della geometria e quindi di un gradiente di sforzo elevato diventa fondamentale qualora vengano coinvolti carichi variabili nel tempo.

L'intaglio è un qualsiasi elemento geometrico che causa un'alterazione locale delle tensioni rispetto all'andamento previsto dalla teoria di San Venant. Se vi è la presenza di un intaglio, si ha in superficie uno stato tensionale bidimensionale e all'interno uno tridimensionale. Questa modificazione della tensione è un fenomeno locale: man mano che ci si allontana dall'intaglio il materiale si avvicina allo stato tensionale previsto dalla teoria di San Venant.

In prossimità di intagli o fori, lo sforzo si concentra e cresce con un gradiente molto elevato, dando origine ad una sollecitazione sensibilmente maggiore rispetto al resto del materiale. La concentrazione degli sforzi è funzione della curvatura dell'intaglio: minore è il raggio di curvatura, più alti sono gli sforzi attorno al bordo, che rappresenta quindi una zona di probabile formazione della cricca.

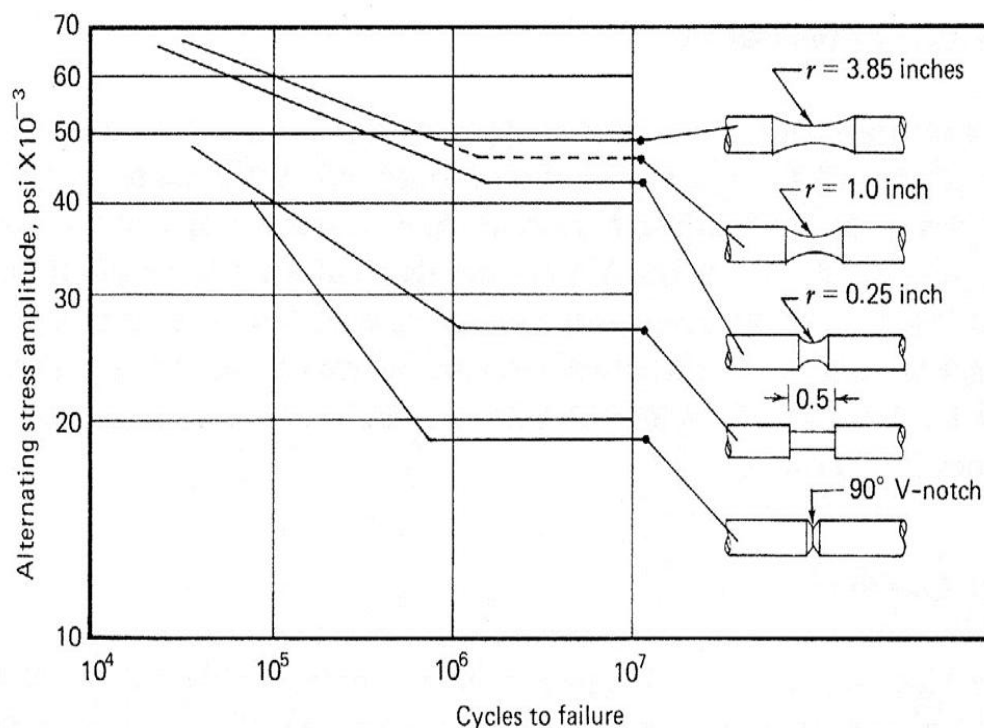


Fig. 22 – Effetto generato da diverse discontinuità geometriche sulla curva S-N di un acciaio

Nel caso di materiali *duttili* la presenza di un effetto di intaglio influenza molto la zona di vita elevata ma non sembra influenzare la zona oligociclica.

Nei materiali *fragili* la presenza di una concentrazione delle tensioni riduce sia la resistenza a fatica sia la resistenza statica.

Di questo effetto si tiene conto usualmente riducendo il limite di fatica del provino con un coefficiente peggiorativo K_f :

$$\sigma_{a\infty} = \frac{\sigma_{a\infty \text{ provino}}}{K_f}$$

Il valore di K_f può essere ricavato dal valore di intensificazione degli sforzi K_I e dal coefficiente di sensibilità all'intaglio q . Il valore di q aumenta al crescere della tensione applicata, del raggio di curvatura dell'intaglio, delle dimensioni del pezzo e dalla finezza della grana cristallina.

$$K_f = 1 + q(K_I - 1) \quad \text{con } 0 \leq q \leq 1$$

- se $q=0$ si ha che $K_f = 1$: il materiale non ha sensibilità all'intaglio.
- se $q=1$ si ha che $K_f = K_I$: il materiale ha la massima sensibilità.

La sensibilità all'intaglio si differenzia nettamente per materiali fragili e duttili. Tipicamente i materiali fragili hanno valori di q prossimi all'unità.

Per le ghise, aventi struttura a grano grosso, la sensibilità all'intaglio è molto bassa, variando nel campo $q=0,0 \div 0,2$ in dipendenza della tensione di rottura a trazione.

- Ambiente

• Temperatura

Teoricamente il cedimento per fatica può avvenire a qualsiasi temperatura, ma poiché il comportamento a fatica è legato allo sforzo di rottura che a sua volta è legato alla temperatura, ne consegue che anche il limite di fatica infinita ne è influenzato.

In particolare all'aumentare della temperatura diminuisce la vita a fatica del pezzo. Viceversa la resistenza a fatica migliora a temperature basse, anche se bisogna tenere conto che il componente infragilisce.

L'effetto della temperatura è molto più marcato per materiali di tipo plastico o nei materiali compositi a matrice polimerica, in quanto sono più sensibili agli sbalzi termici rispetto agli acciai.

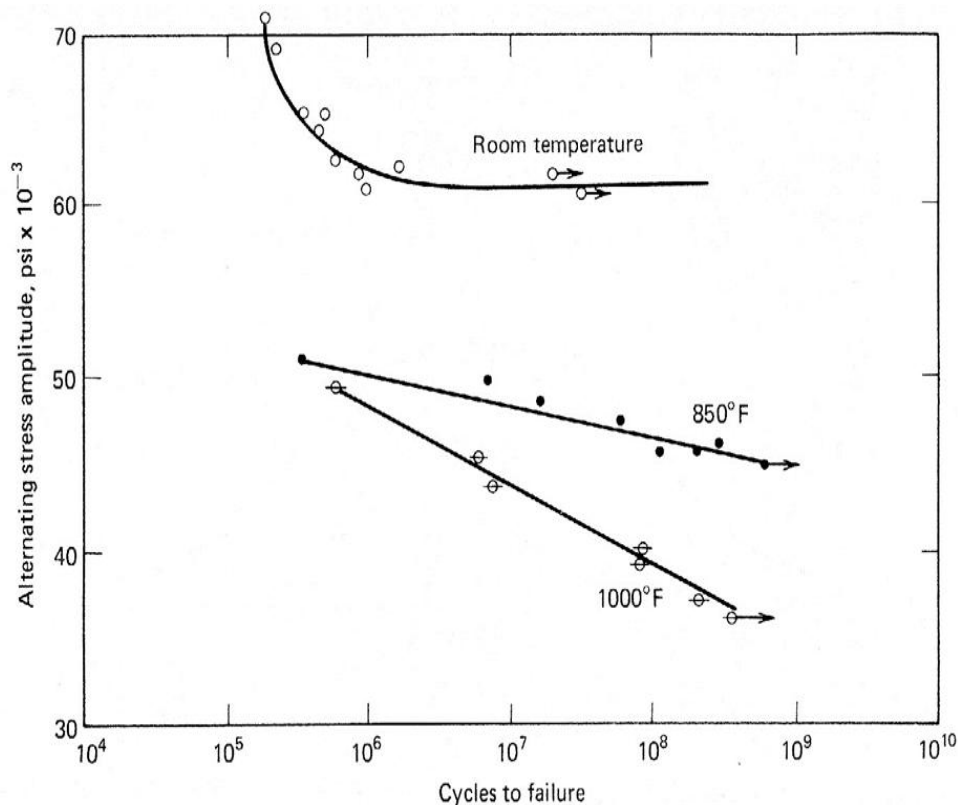


Fig. 23 – Effetto della temperatura sulla curva S-N di una lega di acciaio e cromo (12%)

- **Corrosione:**

Un ambiente corrosivo, per esempio acqua di mare, acidi ecc., peggiora la resistenza a fatica e causa in genere la scomparsa del limite di fatica negli acciai.

La corrosione e la fatica si esaltano a vicenda: la corrosione rimuove scaglie di materiale e genera microcricche diffuse, che progrediscono a causa della fatica; la fatica scopre ulteriormente materiale vergine, che si corrode e si distacca in scaglie. E' necessario effettuare prove di laboratorio simulando l'ambiente di lavoro per stimare la resistenza a fatica, tuttavia questo tipo di prove sono molto difficili perché l'effetto della corrosione è legato al tempo e dunque non è possibile ottenere risultati attendibili con prove brevi in ambiente corrosivo.

L'effetto dell'ambiente corrosivo sulla resistenza a fatica viene stimato con il coefficiente riduttivo K_c , anche se le norme italiane forniscono solamente un diagramma per l'acqua dolce e l'acqua marina che viene di seguito riportato.

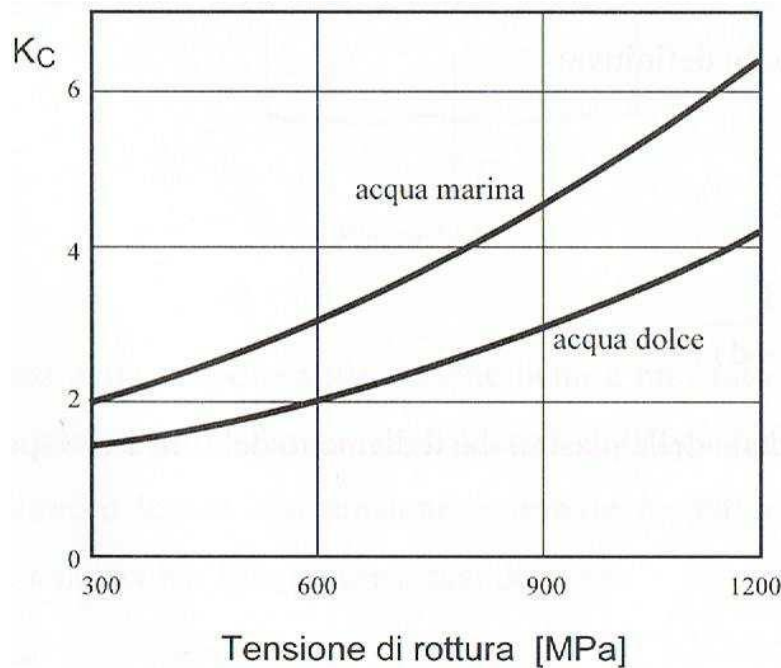


Fig. 24 – Andamento del coefficiente K_c

- Frequenza

La norma UNI 3964 considera trascurabile l'influenza della frequenza di applicazione del carico ciclico sui risultati delle prove a fatica fino a valori dell'ordine dei 100 Hz. In linea di principio, l'aumento della frequenza del carico ciclico aumenta la resistenza del materiale metallico alla fatica perché diminuisce la durata di applicazione del carico massimo. D'altro canto, elevando troppo la frequenza, il calore prodotto per fenomeni di isteresi non viene più sufficientemente eliminato per convezione e irraggiamento, cosa che può provocare un sensibile riscaldamento locale del materiale, da cui una diminuzione di resistenza a fatica dovuta all'effetto della temperatura.

Fino a valori dell'ordine dei 100 Hz i due effetti sostanzialmente si compensano, mentre per valori della frequenza superiori ai 100 Hz, non è più possibile trascurare l'aumento della temperatura ed occorre prevedere opportuni sistemi di raffreddamento del provino.

2 MACCHINE E TEST PER PROVE A FATICA

Il fenomeno della fatica consiste nella rottura di pezzi sottoposti a sollecitazioni cicliche, anche se in nessun momento del ciclo si è raggiunta la tensione di rottura.

Il fenomeno si può pensare come la successione di due fasi, una fase di iniziazione di cricca e una fase di propagazione. Pertanto la vita totale N_T di un componente soggetto a carichi affaticanti, espressa come numero compiuto di cicli del carico, si può pensare come:

$$N_T = N_I + N_P$$

dove:

- N_I è l'estensione della fase d'iniziazione di cricca espressa in cicli compiuti dal carico per far nascere la cricca e portarla a dimensione ingegneristica ($1 \div 1,5\text{mm}$);
- N_P è l'estensione della fase di propagazione espressa in cicli compiuti dal carico per far progredire la cricca fino alle dimensioni critiche.

Un metodo che permette di valutare l'ammontare totale della vita è il metodo S-N o metodo *Total Life*; esso si basa sugli studi iniziali di Wöhler e non fa distinzione fra la fase di nascita e propagazione. I risultati ottenuti con il metodo S-N sono sempre affetti da un certo scarto a causa dei problemi che si hanno nella determinazione delle curve S-N.

Un manufatto si comporta a fatica in funzione delle sollecitazioni a cui è sottoposto e delle proprie caratteristiche meccaniche: in particolare è ovvio che sollecitazioni generanti estesi campi di deformazioni plastiche portano molto prima a rottura di quelli che generano principalmente campi di deformazioni elastiche. Da questa semplice osservazione sono nati due differenti approcci allo studio della fatica dei materiali a cui se ne è aggiunto un terzo solo qualche decennio fa; è uso odierno distinguere il fenomeno in:

- fatica oligociclica o ***low cycle fatigue*** (fino a 10^4 cicli per arrivare a rottura). Viene studiata con il metodo ϵ -N utilizzando macchine convenzionali;
- fatica ad alto numero di cicli o ***high cycle fatigue*** ($10^4 \div 10^7$ cicli per arrivare a rottura). Viene studiata con il metodo S-N o con il metodo ϵ -N in combinazione con la meccanica della frattura (per $N < 10^6$) utilizzando macchine convenzionali;

- fatica ad altissimo numero di cicli o **very high cycle fatigue** (oltre 10^7 cicli per arrivare a rottura).

Viene studiata con il metodo S-N utilizzando macchine ultrasoniche.

Si dice che un componente è soggetto a fatica oligociclica (**LCF**) quando i carichi applicati generano principalmente deformazioni plastiche che tendono a nucleare cricche in un periodo compreso fra 1÷10% della vita a fatica. I dati sperimentali nel campo della fatica oligociclica si ottengono preferibilmente tramite prove con controllo di spostamento: si procede imponendo un certo spostamento e quando la sezione resistente diminuisce e comincia la rottura, la tensione applicata viene diminuita in quanto il provino perde di rigidità. Tale prova permette di agire su un parametro, la deformazione, che essendo rilevante in questo campo della fatica, è facilmente controllabile.

Si dice che un componente è soggetto a fatica ad alto numero di cicli (**HCF**) quando le tensioni e le deformazioni teoriche sono principalmente confinate nel campo elastico; in questo caso la nucleazione della cricca appare molto tardi, circa al 90÷99% della vita totale. E' molto importante ricordare che, in ogni caso, deformazioni plastiche cicliche sono un ingrediente necessario per il processo di nucleazione. I dati sperimentali in tale campo della fatica si ottengono preferibilmente tramite prove con controllo di carico: per alti numeri di cicli si agisce sul carico poiché le deformazioni sono piccole e difficilmente controllabili. Durante le prove la tensione applicata oscilla fra due limiti ben determinati anche quando la sezione del provino si assottiglia per il propagarsi della cricca, perciò la rottura man mano che progredisce viene notevolmente accelerata dall'incremento delle tensioni. La rottura finale viene perciò anticipata rispetto al caso in cui la deformazione è costante. Tipiche macchine sono quelle a flessione rotante con carico applicato mediante pesi. Le prove a trazione-compressione necessitano di carichi più elevati rispetto alle altre prove per produrre gli stessi valori di tensione. Le macchine convenzionali utilizzate per studiare i due precedenti campi della fatica lavorano solitamente a frequenze comprese fra 10 e 100 Hz.

La fatica di un componente sottoposto ad altissimi numeri di cicli (**VHCF**) è un fenomeno studiato e trattato in ambito scientifico solo da pochi decenni. E' stato osservato che alcuni materiali soggetti ad un numero sufficientemente alto di cicli di carico ($10^8 \div 10^{10}$) giungono a rottura per valori dello sforzo che erano tradizionalmente considerati sicuri. In precedenza, si riteneva che se un materiale

avesse resistito per un certo valore dello sforzo ad un numero di cicli di carico pari a $10^6 \div 10^7$ allora esso non si sarebbe rotto nemmeno incrementando tale numero. Il più alto valore dello sforzo che si riteneva che il materiale potesse sostenere per un numero indeterminato di cicli è chiamato *limite di fatica*.

I risultati dei numerosi test di fatica ad altissimi numeri di cicli indicano che la maggior parte dei materiali non hanno un limite di fatica a $10^6 \div 10^7$ cicli di carico; essi mostrano invece una graduale diminuzione dello sforzo a fatica all'aumentare del numero di cicli. Tali risultati trasformano la ben nota curva di Wohler, o curva S-N, che mostrava un limite di fatica rappresentato da una linea orizzontale (parallela all'asse N), nella versione modificata che presenta invece un andamento continuo decrescente dello sforzo a fatica.

I materiali più studiati nel campo della VHCF sono: materiali ferrosi, leghe di titanio, leghe di nickel, leghe d'alluminio e rame policristallino. Questi materiali sono largamente usati in ambito aeronautico, aerospaziale, automobilistico, ferroviario e oltre: essi costituiscono la base per i componenti che operano in condizioni di sforzo ciclico ad altissimo numero di cicli. Ecco perché oltre al grande interesse scientifico, il fenomeno della VHCF rappresenta un problema pratico per molte realtà industriali. Oggigiorno con il progresso e lo sviluppo tecnologico la durata a fatica richiesta per molti componenti ha raggiunto e superato 10^8 cicli di carico e la VHCF costituisce uno dei principali criteri di progetto. Alcuni esempi di tali componenti sono: motori automobilistici (10^8 cicli); macchine per trivellazioni, motori diesel per navi, treni ad alta velocità (10^9 cicli); giranti di turbine a gas (10^{10} cicli).

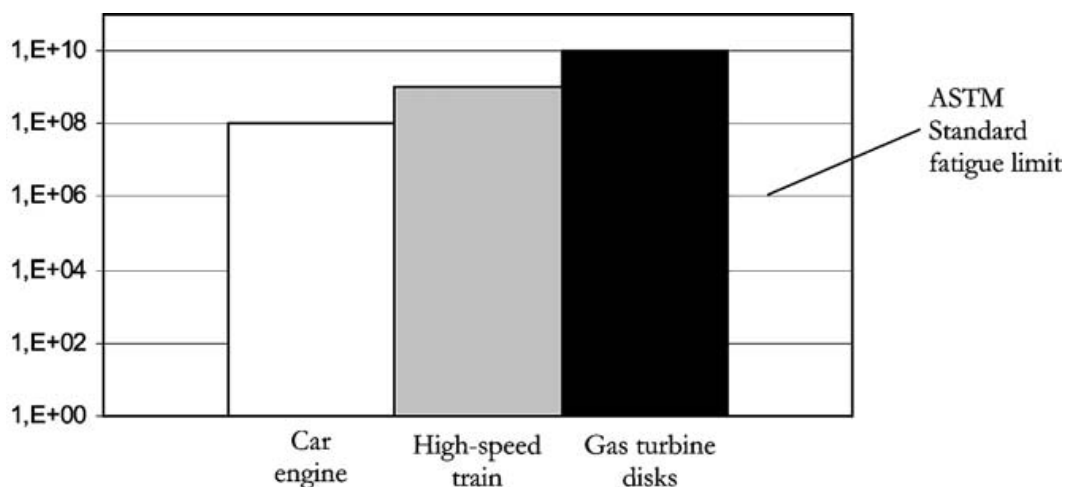


Fig. 1 - Durata a fatica di alcuni componenti dell'industria moderna. Si può notare che il limite di fatica standard previsto dalla normativa ASTM è riferito a 10^6 cicli.

2.1 PROVE DI FATICA SUL MATERIALE

I test a fatica vengono effettuati per differenti scopi. Gli obiettivi ingegneristici sono la determinazione delle proprietà a fatica di materiali, giunzioni, elementi strutturali, etc., oltre alla comparazione fra diverse scelte di progetto. Gli obiettivi di ricerca dei test a fatica concernono la comprensione del fenomeno della fatica e le sue variabili. Gli obiettivi di ricerca e quelli ingegneristici devono essere complementari.

La varietà dei programmi di test a fatica riportato in letteratura è grande ed il numero di pubblicazioni sta aumentando enormemente. Diversi tipi di carichi, provini, condizioni ambientali ed equipaggiamenti per i test, vengono utilizzati. I test a fatica generalmente richiedono un significativo sforzo in termini di tempo, il che implica che essi sono costosi in confronto a semplici test utilizzati per determinare varie altre proprietà meccaniche. Ma, se un esperimento non è correttamente pianificato per rispondere alla domanda prestabilita, il risultato potrebbe essere un'esatta risposta ad un'errata domanda. Perciò, in previsione di un grande investimento in programmi sperimentali di fatica, è richiesta un'attenta pianificazione del programma di test, delle procedure sperimentali e della valutazione dei risultati.

La letteratura sui problemi legati alla fatica illustra la grande varietà di propositi dei test a fatica. I principali possono essere così raccolti:

- Collezione di dati sulle proprietà a fatica di un materiale scelto dal progettista.
- Studio degli effetti prodotti dalle differenti finiture superficiali e tecniche di produzione.
- Studio del comportamento di giunzioni e altri elementi strutturali.
- Studio degli effetti ambientali.
- Studio della nucleazione e propagazione della cricca.
- Verifica dei modelli di comportamento a fatica.

Appare ovvio che la scelta delle variabili sperimentali dipenderà dal tipo di studio da effettuare. Le più importanti da scegliere sono:

- tipo di provino;
- tipi di carico;
- procedure del test.

Il principale proposito di uno studio potrebbe essere un confronto delle proprietà a fatica di un materiale per differenti condizioni, ad esempio quelle superficiali: ciò implica test a fatica comparativi. In un'altra serie di test, l'obiettivo può essere la determinazione di specifiche proprietà a fatica per una singola condizione, ad esempio le proprietà di propagazione della cricca di un materiale: in questo caso lo studio non è comparativo. Ultimo caso, ma non meno importante, i test potrebbero essere fatti ad hoc a causa di quesiti posti da particolari applicazioni industriali.

La valutazione dei risultati di un programma di test dovrebbe comprendere una descrizione del materiale, dei provini, degli esperimenti e dei loro esiti:

- Il materiale è caratterizzato: dalla sua composizione, tecnologie di lavorazione, struttura interna e proprietà meccaniche.
- I provini sono descritti: da dimensioni, tecnologie di estrazione e finitura superficiale.
- Le specifiche degli esperimenti includono: la macchina di test, l'afferraggio dei provini, i livelli di sforzo, il numero di provini, la frequenza di test e le condizioni ambientali (temperatura e umidità).

Una descrizione incompleta delle condizioni del test può implicare che alcune significative informazioni non possano essere utilizzate o conosciute a distanza di tempo nel caso in cui si debbano rivalutare i risultati o studiare una problematica simile a quella per cui era stato effettuato il test.

La valutazione dei risultati del test dovrebbe riflettere quanto è stato appreso dagli esperimenti. L'informazione minima di un test a fatica è la durata del pezzo fino alla rottura; col raggiungimento della rottura si ha inoltre a disposizione una superficie di frattura per fatica. Le analisi frattografiche della stessa possono rivelare importanti informazioni, contribuendo a capire gli esiti del test ed il loro significato: ad esempio se la nucleazione della cricca è avvenuta sulla superficie del pezzo o più all'interno, e quante cricche si sono nucleate; inoltre se la cricca è partita dalla sezione più critica di un provino intagliato oppure lontano da lì. Altre utili informazioni ottenibili riguardano la forma del fronte della cricca e la sua velocità di propagazione; la dimensione della cricca al momento della rottura in confronto alla dimensione della frattura finale: questo ci dà un'indicazione sulla tenacità del materiale. Ad oggi, una valutazione dei risultati di un programma di test a fatica senza osservazioni frattografiche, inclusa un'analisi al microscopio elettronico, dovrebbe essere considerata incompleta.

2.2 LA NATURA STATISTICA DELLA FATICA

Per determinare una curva S-N si procede come segue:

- si sceglie l'andamento della sollecitazione voluta fissando due dei parametri previsti dalla normativa, di solito R e σ_a ;
- si stabilisce il numero di provini che si intende testare per ogni livello di sollecitazione (usualmente cinque provini) e i livelli di sollecitazione che si prevede utilizzare;
- si carica il primo lotto di provini ad un livello di tensione pari a circa $2/3$ della tensione di rottura;
- si riportano i vari punti su di un diagramma bi-logaritmico e si procede al decremento del livello di sollecitazione fino a quando uno o più provini non si rompono prima di 10^7 cicli.

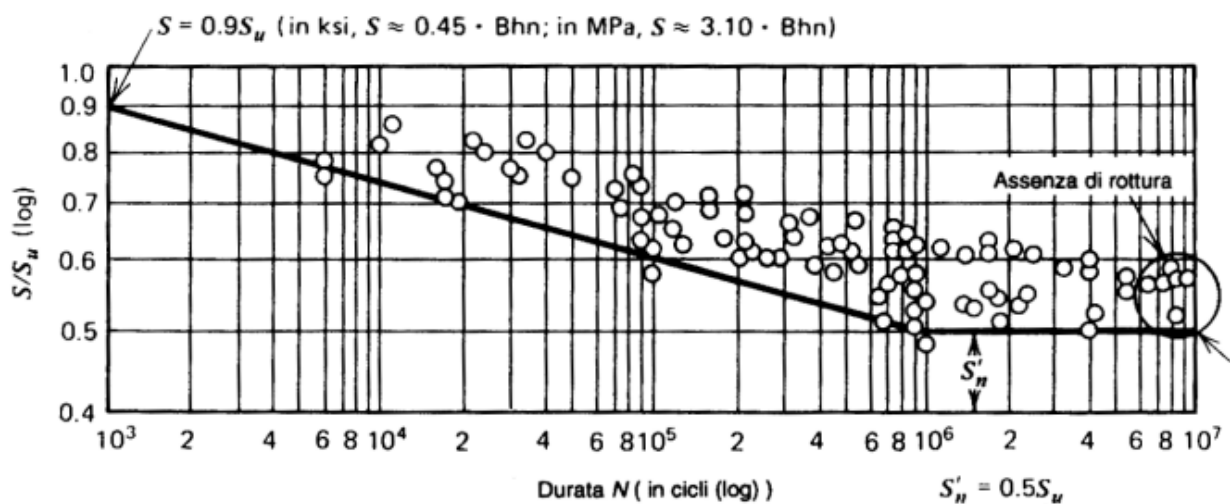


Fig. 2 - Risultati di una prova sperimentale a flessione rotante per un acciaio fucinato

In generale i risultati delle prove sperimentali sono affetti da una dispersione dei risultati, più o meno considerevole, dovuta ai seguenti motivi:

- errori ed incertezze dovuti ad una conoscenza approssimativa di quelle che sono le differenze microstrutturali fra i vari provini. In particolare non è possibile valutare la dimensione dei grani cristallini del materiale per ogni provino (di questa grandezza in genere se ne ha una conoscenza media estesa su tutti i campioni); inoltre è impossibile valutare la differenza della distribuzione e la densità dei difetti fra i vari provini;

- errori dovuti a fenomeni vibratori che in generale creano sempre una certa differenza fra quello che è il campo delle tensioni reale e quello previsto con i metodi pseudostatici;
- errori dovuti alla catena di misura.

Per risolvere questi problemi in passato molti esperti si sono dedicati allo studio del carattere statistico della fatica dei materiali al fine di capirne i motivi e proporre un metodo di soluzione statistico.

Fra questi è doveroso ricordare il contributo apportato da Weibull che nel 1939 propose per primo un metodo valido per lo studio del comportamento a fatica con i metodi statistici. In questa occasione egli propose alla comunità scientifica la distribuzione omonima che oggi è usata in tutti i campi della scienza e fortemente apprezzata per la grande versatilità.

Il risultato principale di questo lavoro fu quello di stabilire che il limite di fatica e la vita prevista a fatica per un assegnato livello della tensione, sono in realtà delle quantità statistiche e quindi quantizzabili esclusivamente con i metodi della statistica. Pertanto la rappresentazione grafica corretta della curva di Wohler è in realtà una superficie che rappresenta la relazione fra tensioni, vita e probabilità di rottura. Una rappresentazione grafica molto usata è quella riportata in fig.3: in essa sono riportate diverse curve, ognuna valida per un'assegnata probabilità.

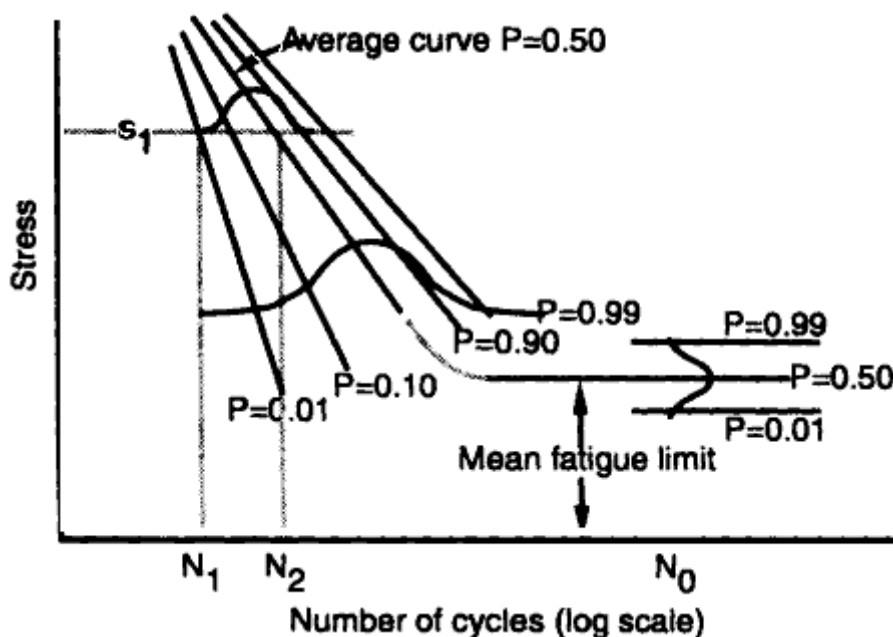


Fig. 3 – Rappresentazione schematica delle curve di Wohler per varie probabilità di rottura

Ad esempio, per il livello di carico S_1 si ha che per N_1 cicli l'1% dei provini o dei componenti in prova si è rotto, mentre a N_2 cicli il 50% si è rotto. La linea media è di solito indicata come curva di Wohler nominale ad essa è associata una probabilità del 50%.

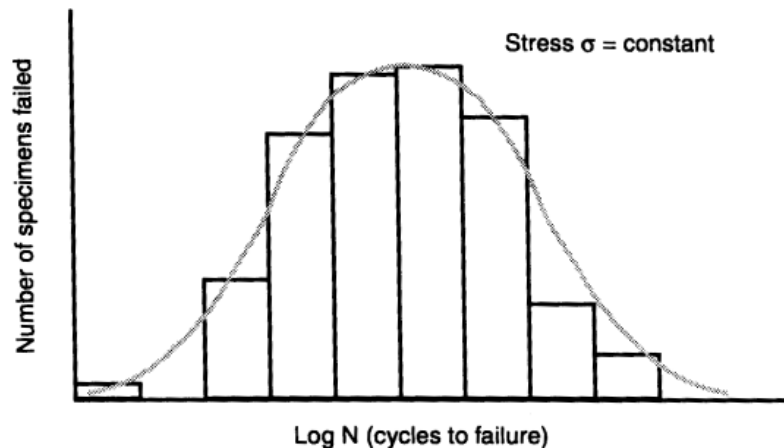


Fig. 4 - Distribuzione delle rotture dei provini per un livello di tensione assegnato

2.3 TEST E MACCHINE CONVENZIONALI

Le prove di fatica si possono svolgere su un pezzo meccanico reale, su un modello in scala oppure su di un provino. Per determinare la resistenza del materiale sotto l'azione di carichi di fatica esso viene sottoposto a forze variabili ciclicamente nel tempo tra un valore massimo ed uno minimo prefissati, contando i cicli necessari per la rottura. Un ciclo di fatica è costituito dalla porzione di storia di carico compresa tra due massimi o due minimi consecutivi aventi lo stesso valore. Durante le prove l'andamento dello sforzo varia nel tempo in modo sinusoidale: è da notare che il fenomeno della fatica non dipende dalla forma della funzione dello sforzo rispetto al tempo, ma solo dai valori massimi e minimi raggiunti.

Le macchine di prova più comuni producono uno stato tensionale monoassiale ed applicano uno dei seguenti carichi:

- **flessione piana;**
- **flessione rotante;**
- **trazione-comprensione;**
- **torsione alternata** (pur avendo tensioni non nulle su due direzioni principali, è considerata una prova uniassiale).

Oltre che per la modalità di carico esse differiscono per il meccanismo che fa da attuatore (elettromeccanico o servoidraulico) ed in base al tipo di controllo che effettuano durante il test (controllo di carico o di spostamento), cioè in base alla grandezza che grazie al controllo viene mantenuta costante.

In ogni caso alla base del sistema di attuazione c'è un motore elettrico. Questo comanda direttamente l'albero delle macchine a flessione rotante; comanda un meccanismo biella-manovella o un eccentrico per flettere il provino ad ampiezza determinata nelle macchine a flessione piana; quest'ultimo sistema poi, può facilmente trasformarsi in una macchina a trazione-compressione collegando il provino perpendicolarmente alla barra posta in flessione alternata; per la trazione-compressione esistono anche attuatori meccanici più complessi sempre azionati da motori elettrici. Questi ultimi muovono anche le pompe di pressurizzazione dei fluidi usati nelle moderne macchine servoidrauliche.

La migliore versatilità delle macchine servoidrauliche è data dal loro sistema di controllo a circuito chiuso, che offre la possibilità di controllare ognuna delle variabili principali di un test a fatica, variabili che vengono misurate elettronicamente ed utilizzate come feedback.

Il tipo di controllo, cioè di carico o di spostamento, è generalmente scelto in modo da ottenere un sistema semplice e poco costoso. I test a flessione rotante sono normalmente effettuati mantenendo costante il momento flettente: facendo in modo che il massimo sforzo di flessione rimanga elastico lineare, si presume che lo sforzo o la deformazione calcolata elasticamente rimangano costanti. In realtà una piccola quantità di fenomeni non lineari accadono quando viene raggiunto il massimo della tensione. Va detto che lo spostamento o la deformazione possono essere controllati più efficacemente rispetto allo sforzo.

Per la flessione piana, se l'attuatore è costituito da un eccentrico posto in rotazione, il controllo è effettuato mantenendo lo spostamento costante.

Le macchine servoidrauliche per prove a trazione-compressione possono operare controllando che rimanga costante il carico, la deformazione o lo spostamento, a seconda della grandezza che viene misurata e retroazionata nel circuito di controllo. Anche se maggiormente versatili rispetto alle altre, le servoidrauliche normalmente richiedono costi iniziali, operativi e di manutenzione più alti.

Tutte le macchine per test a fatica, oltre al meccanismo di attuazione del carico, possiedono diversi altri componenti come: il sistema di ancoraggi (*grips*) che trasmette il carico al provino, la cella di carico (*load cell*) che misura la forza impressa dall'attuatore, l'estensimetro e altri strumenti di misura delle variabili in

gioco. Inoltre può essere previsto un sistema di riscaldamento o raffreddamento del provino, o una camera per testarlo in condizioni ambientali controllate. E' fondamentale che il sistema di attuazione del carico provveda ad un perfetto allineamento (normale o tangenziale) fra la direzione dello sforzo ed il provino; per questo esiste un apposito componente (*alignment fixture*).

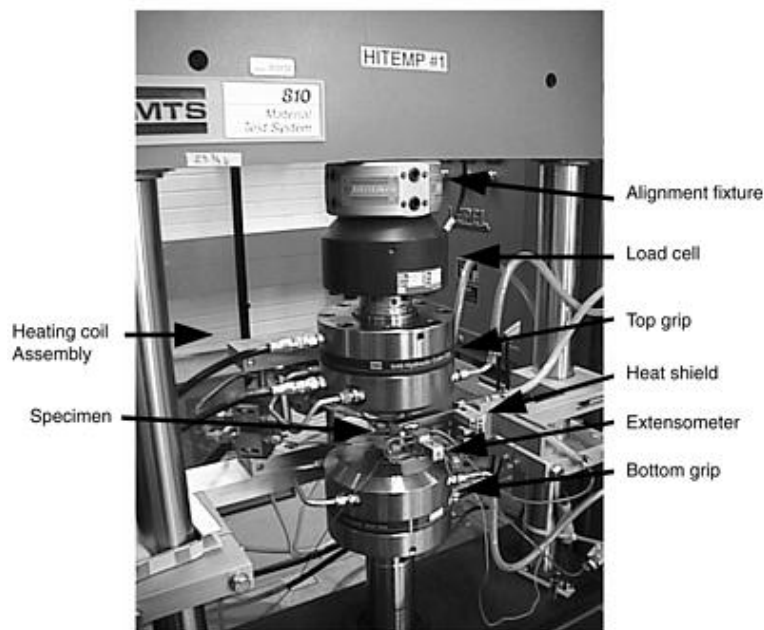


Fig. 5 - Particolare di una macchina servoidraulica per test a trazione compressione di cui sono stati evidenziati i componenti principali.

Un componente fondamentale per i test a fatica è sicuramente lo strumento di misura della deformazione della sezione di test del provino. Tale misura viene effettuata dall'estensimetro (*strain gauge*), che può essere meccanico, elettrico a resistenza, oppure ottico. Questo strumento non deve soltanto registrare lo spostamento ma anche essere stabile abbastanza da essere usato come segnale di retroazione in un sistema di controllo di spostamento.

Gli estensimetri elettrici a resistenza sono i più diffusi, realizzabili in diverse dimensioni, generalmente di ottima accuratezza, con semplice circuito di lettura. Essi sono dei sensori che rilevano deformazioni meccaniche trasformandole in variazioni di resistenza; sono costituiti da un elemento sensibile (di materiale metallico o semiconduttore), la cui resistenza varia a seguito di deformazioni; l'elemento sensibile è disposto su di un supporto che viene incollato al materiale da testare. Gli estensimetri metallici hanno una dimensione tipica di 1 cm^2 e sono ricavati su di un materiale isolante su cui viene depositata una traccia di lega

metallica avente una forma a zig-zag per aumentare la deformazione compressiva. Gli estensimetri a semiconduttore sono invece costituiti di silicio opportunamente drogato, hanno una sensibilità molto più elevata e forniscono un segnale molto più forte; perciò sono estremamente piccoli ($0,5 \text{ mm}^2$). Di contro sono molto sensibili alle variazioni di temperatura.

Molto utilizzati sono anche gli estensimetri meccanici che, attraverso il contatto con il provino per mezzo di due afferraggi, rilevano la deformazione che comunicano, dopo averla amplificata, a sensori elettrici, di solito trasduttori capacitivi o sensori di scostamento lineare (LVDT).

Per caratterizzare la resistenza del materiale, evitando di introdurre fattori legati alla geometria del componente, nelle prove vengono utilizzati provini standardizzati, con ottimo grado di finitura superficiale, ricavati dal materiale che si intende testare.

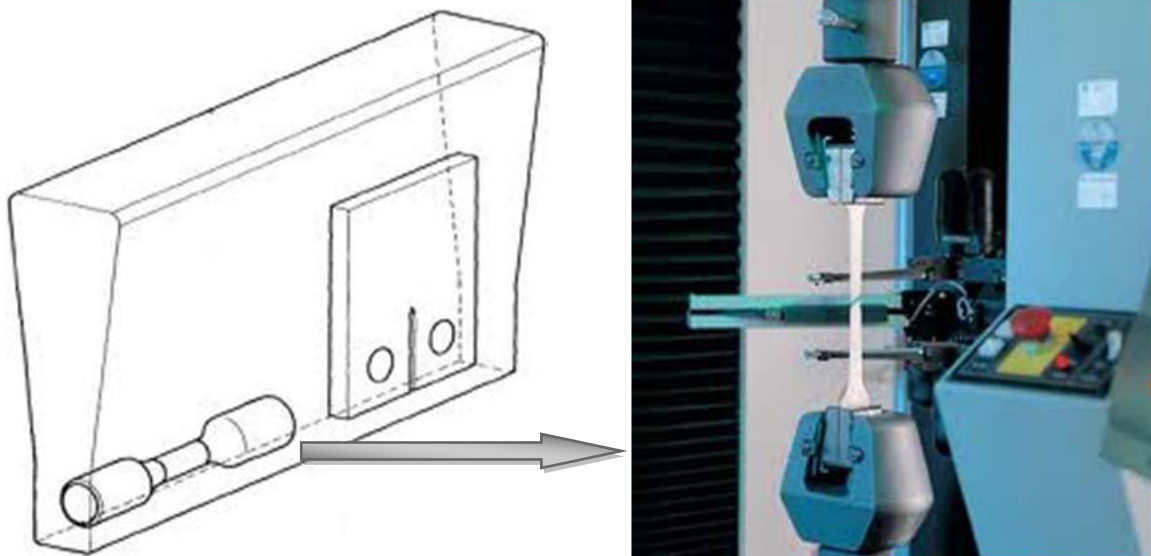


Fig. 6 – Il provino ha dimensioni normalizzate e viene ricavato dal materiale che si vuole caratterizzare.

La zona del pezzo dalla quale il provino di test è stato prodotto è importante perché il modo in cui il materiale viene lavorato influenza l'uniformità della sua microstruttura tanto in direzione assiale che trasversale, così da modificarne le proprietà. Molti standard ASTM, come E 8 e B 557, forniscono una guida per la selezione del provino di test.

Un tipico provino per test a fatica con relativa nomenclatura è mostrato in fig. 7. Esso è caratterizzato da tre diverse sezioni: la sezione di test (*gage length*), la zona di transizione, le due estremità per l'afferraggio (*grip ends*). La sezione di test è la zona dove lo sforzo, la deformazione, la temperatura e le condizioni ambientali sono

misurate o controllate ed è dove si prevede che si crei la cricca di fatica. La maggior parte della deformazione del provino avviene in questa sezione. Le estremità per l'afferraggio sono progettate per trasferire il carico dagli ancoraggi della macchina alla sezione di test e possono essere tra loro identiche, specialmente per i test a trazione-comprensione. La zona di transizione fra le estremità e la zona di test, è disegnata con un raggio ampio e ben raccordato per minimizzare la concentrazione dello sforzo che avviene durante questo passaggio, che potrebbe in tale zona creare una cricca indesiderata.

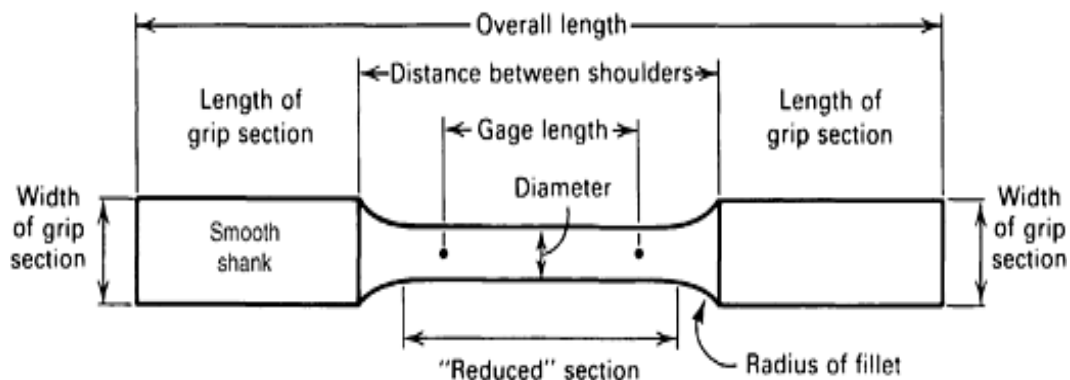


Fig. 7 - Nomenclatura per un tipico provino per test a fatica

La zona di test del provino (*gage length*) ha una sezione trasversale ridotta per aumentare lo sforzo e la deformazione, evitando così rotture nella zona di transizione e nelle estremità. Inoltre deve essere dimensionata in modo da testare il materiale in modo corretto: deve offrire un'adeguata riproduzione delle caratteristiche microstrutturali (ad esempio difetti e dimensione dei grani), ma deve anche essere piccola abbastanza così che la capacità di carico della macchina non debba essere troppo alta.

Il tipo di provino e la geometria usati dipendono dalla macchina di test e dall'obiettivo dello studio. I provini sono normalmente circolari o rettangolari e vengono suddivisi nelle seguenti tipologie:

- provini con sezione di test rettilinea e raccordi uguali fra tale zona e le due estremità (fig. 8 b,c). Si utilizzano per prove a flessione, torsione e trazione-comprensione;
- provini a clessidra, aventi le due estremità collegate da un profilo curvilineo a raggio costante, con diametro minimo al centro (fig. 8 a,d). Si utilizzano per prove a flessione e trazione-comprensione.

- provini per test a flessione piana, con profilo conico dimensionato per ottenere uno sforzo costante lungo la sezione di test.

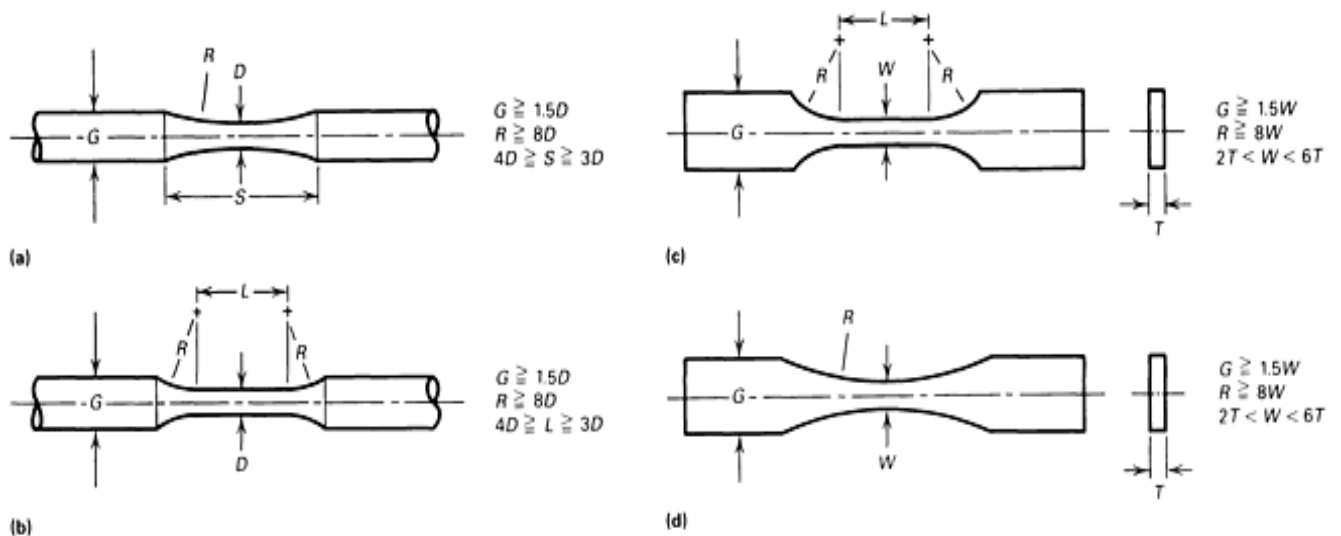


Fig. 8 - Tipiche configurazioni di provini circolari e rettangolari per test a fatica

E' importante osservare che a seconda del tipo di sollecitazione applicata variano le zone della sezione trasversale al centro del provino interessate dallo sforzo; in particolare può accadere che sia l'intera sezione a sopportare gli sforzi o che sia una minima parte ad essere sollecitata. Di conseguenza varia anche il volume del componente meccanico che viene investito dalle tensioni, e in proporzione anche la probabilità di incontrare difetti.

Le principali condizioni di sollecitazione sono:

- Flessione piana: solo i punti nelle zone superiori ed inferiori della sezione;
- Flessione rotante: tutti i punti più esterni della sezione;
- Torsione alternata: tutti i punti più esterni della sezione;
- Trazione-compressione: tutti i punti della sezione.

Il volume del provino soggetto a carico massimo aumenta dal primo all'ultimo dei casi visti, a parità del valore di σ_{max} . Inoltre, considerando un provino cilindrico, a parità di tensione massima raggiunta, la flessione ha tensioni interne minori e quindi meno pericolose per la propagazione della cricca.

La resistenza a fatica diminuisce con l'aumentare del volume sollecitato e quindi diminuisce passando dalla flessione piana alla flessione rotante e da questa alla trazione assiale.

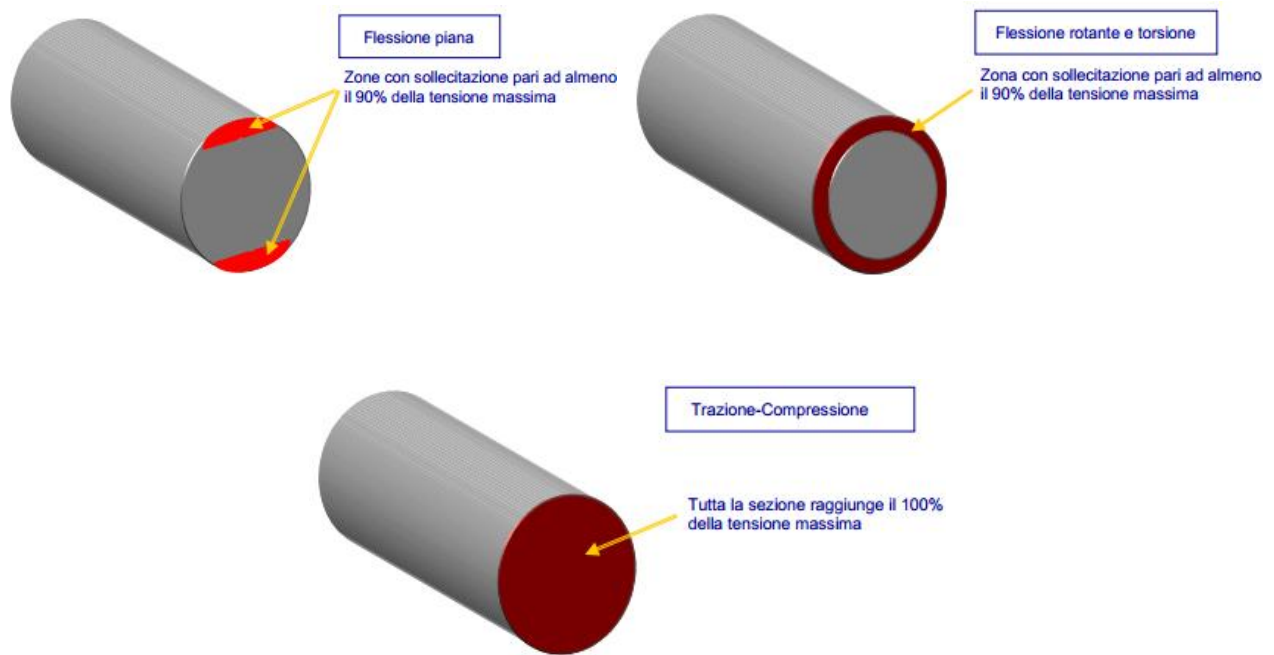


Fig. 9 – Effetto del tipo di sollecitazione sulla sezione trasversale del provino.

- Macchine a flessione

Queste macchine sono state probabilmente quelle più largamente utilizzate. Sono semplici e poco costose permettendo estensivi programmi di test con un basso investimento. Esse si suddividono in macchine per flessione piana e rotante.

Nelle prove a *flessione piana* si prende un provino e lo si sottopone ad un movimento flettente agente sempre nello stesso piano.

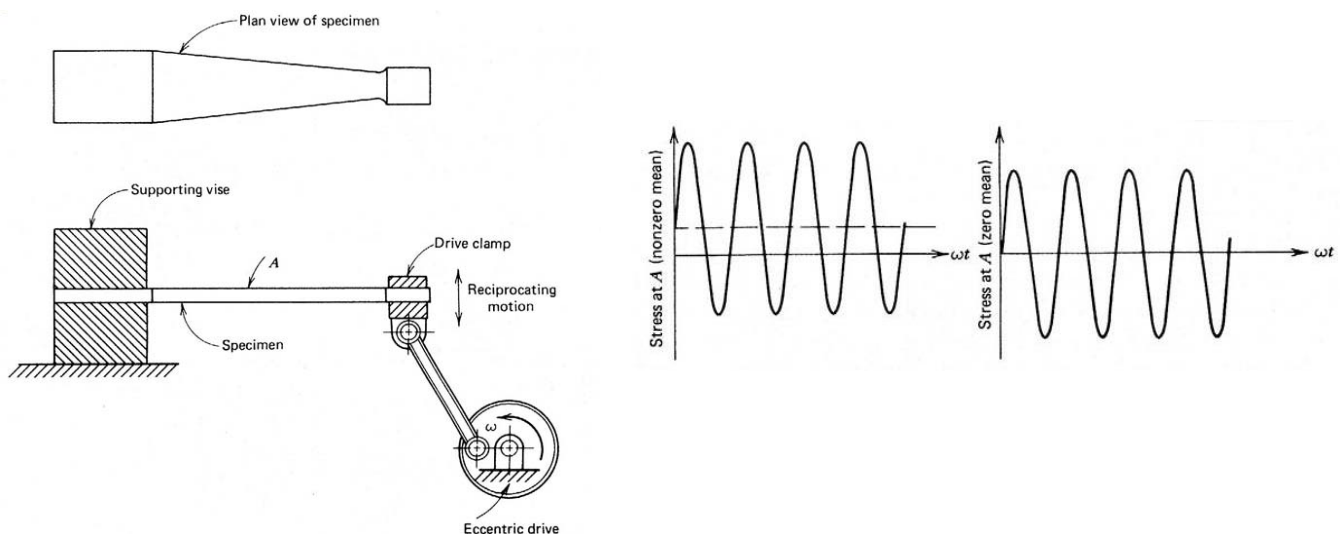


Fig. 10 – Schema di una macchina per flessione piana alternata.

In fig. 10 è stato mostrato un sistema per flessione piana alternata ad attuazione meccanica, dove l'attuatore è costituito da un meccanismo biella-manovella; in alto è stata riportata una sezione del provino perpendicolare al piano dello sforzo di flessione: si può notare il profilo conico, che come detto, viene dimensionato per ottenere un carico costante lungo la sezione di test. Di fianco vi sono due tipici andamenti della sollecitazione di prova: alterna asimmetrica con $\sigma_m > 0$, a sinistra; alterna simmetrica ($\sigma_m = 0$) a destra.

A causa del grande valore dello spostamento causato all'estremità del provino, il meccanismo sopra illustrato ha tipicamente un frequenza di lavoro piuttosto bassa in confronto a quella delle macchine rotanti. Le macchine a flessione piana sono molto utilizzate tutt'oggi e possono operare sia con controllo in spostamento che con quello di carico.

Le macchine a flessione rotante costituiscono la prima tipologia di macchine per test a fatica mentre ad oggi vengono utilizzate occasionalmente.

Nella *flessione rotante* il provino (di sezione circolare) viene ancorato ad un albero posto in rotazione a cui gli viene applicata una forza costante ortogonale all'asse di rotazione, in modo che il provino subisca uno sforzo alternato tra una tensione minima e una tensione massima lungo ogni punto della sua circonferenza.

La fig. 11 mostra lo schema di una macchina per prove a flessione rotante con carico applicato ad un'estremità dell'albero rotante. In questo caso lo schema statico per la sezione di test del provino non consente l'instaurarsi di una sollecitazione assiale priva di taglio.

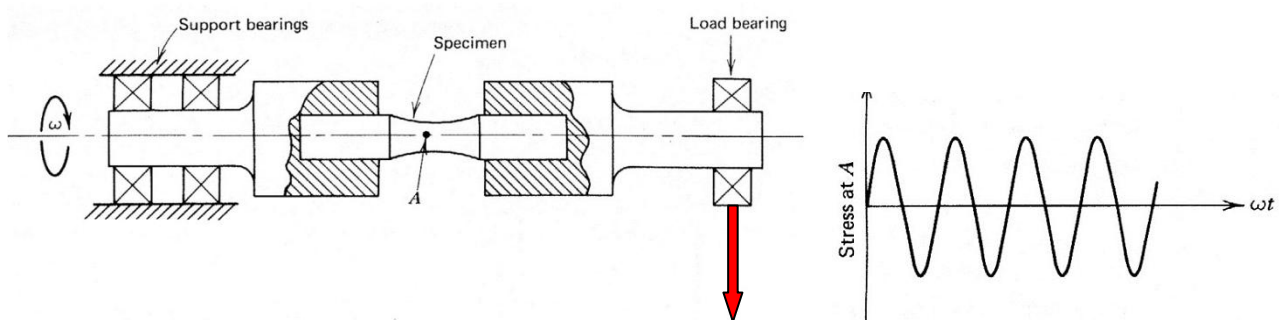


Fig. 11 – Schema di una macchina per flessione rotante (la freccia rossa rappresenta il carico).

La fig. 12 invece, offre lo schema di una macchina che applica il carico in corrispondenza delle due estremità del provino: in questo caso la sezione di test risulta una zona priva di taglio e viene sottoposta a flessione pura.

Questa è anche conosciuta come macchina di R.R. Moore e solitamente lavora ad una frequenza di 167 Hz.

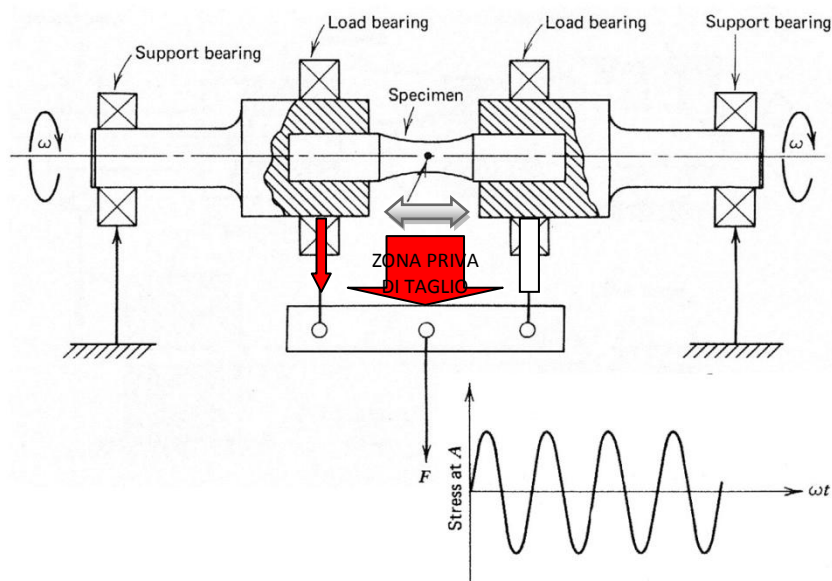


Fig. 12 – Schema di una macchina per flessione rotante.

Una tipica macchina a flessione rotante è mostrata in fig. 13.



Fig. 13 – Macchina per test a flessione rotante

- Macchine a trazione-compressione

Nelle prove a *trazione-compressione* tutta la sezione trasversale del provino è soggetta al carico massimo. A parità di sezione del pezzo da testare questa macchina deve applicare un carico più grande rispetto ad una prova a flessione per ottenere lo stesso sforzo. Le prove di fatica a trazione-compressione sono usate in tantissime applicazioni ed offrono la miglior capacità, attraverso un controllo ad anello chiuso, di effettuare test in regime di deformazione plastica (fatica oligociclica) controllando lo spostamento. Nella fig. 14 viene mostrato lo schema di una macchina a trazione-compressione con attuatore meccanico, mentre in fig. 15 quello di una macchina elettromeccanica, con particolare della zona che ospita gli afferraggi ed il provino.

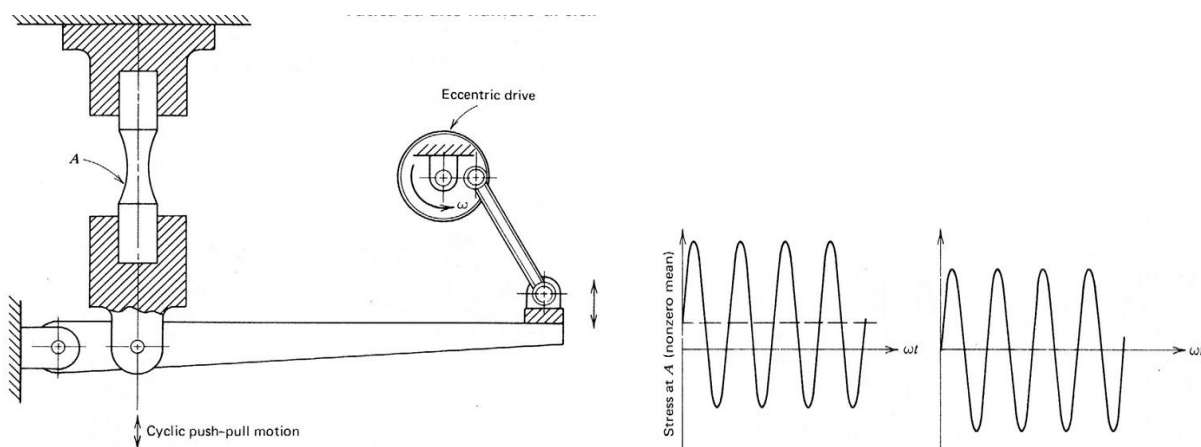


Fig. 14 – Schema di una macchina per trazione-compressione ad attuazione meccanica.

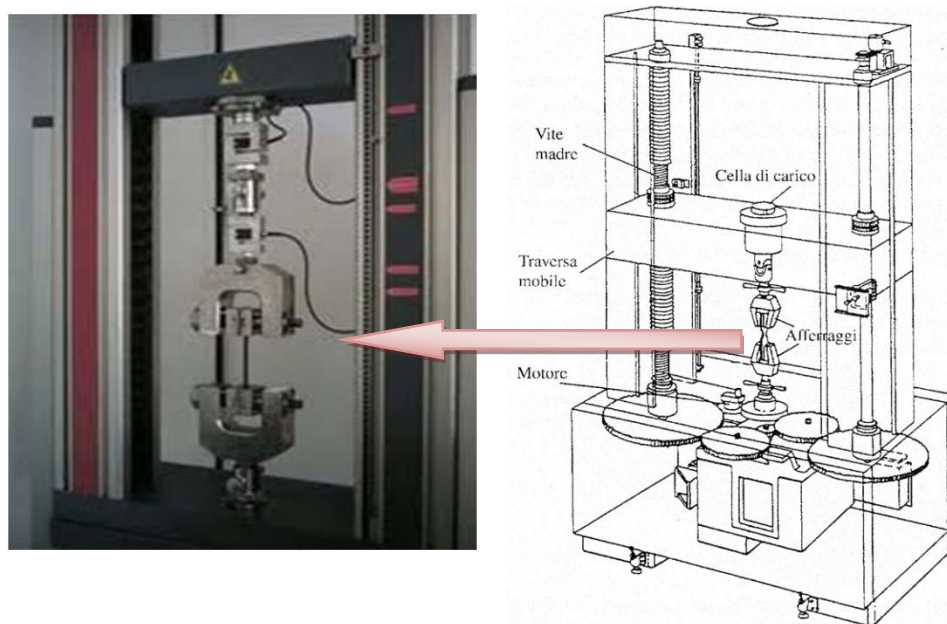


Fig. 15 – Schema di una macchina elettromeccanica per test a trazione-compressione.

Le macchine servoidrauliche con sistema di controllo ad anello chiuso, offrono un'eccellente precisione nell'applicazione dello sforzo, monitoraggio dei parametri fondamentali e versatilità nel funzionamento.

In fig. 16 viene mostrato un tipico meccanismo di attuazione del carico di una macchina servoidraulica a trazione-compressione. Sono evidenziati l'attuatore costituito da un cilindro idraulico, la servovalvola che comanda il flusso del fluido in pressione che lo alimenta ed il sensore che rileva lo spostamento del provino (LVDT).

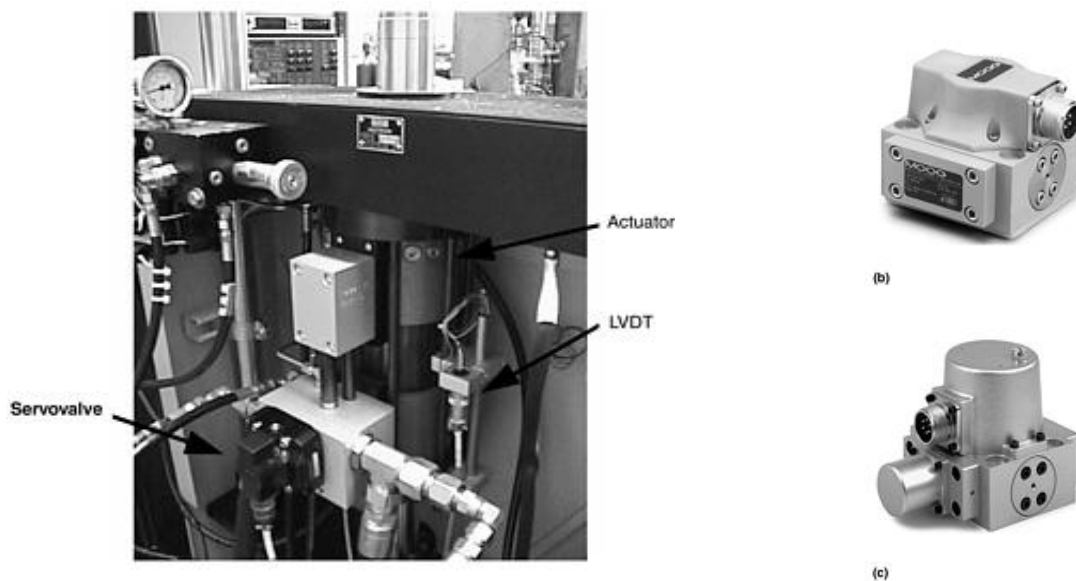


Fig. 16 – A sinistra: particolare di una macchina servoidraulica a trazione-compressione.
A destra: servovalvola convenzionale (b); servovalvola ad alta frequenza (c).

La direzione e la velocità del flusso del fluido operatore viene dettata dal segnale elettronico che giunge alla servovalvola, grazie al sistema di controllo in retroazione. Per merito delle tipologie di controllo a disposizione (carico, deformazione, spostamento, variabili correlate, o combinazioni di queste come la deformazione plastica), la stessa macchina può essere usata sia per test a fatica oligociclica (con controllo di carico o di deformazione) sia per quella ad alto numero di cicli.

Il sistema di controllo elettronico è responsabile della regolazione e del mantenimento del desiderato valore del parametro che caratterizza il test. In fig. 17 viene riportato lo schema di un moderno controllo ad anello chiuso per macchine servoidrauliche, dove le variabili in gioco vengono continuamente misurate e comparate con il loro valore prestabilito e, il risultato, cioè il segnale d'errore, viene elaborato da un controllore PID ed utilizzato per comandare l'attuatore. Il segnale di comando viene sempre fornito da un computer con l'ausilio di uno dei numerosi

software sviluppati per prove a fatica: ciò permette di effettuare facilmente serie di test assai diverse tra loro, se desiderato, e di collezionare con efficacia la grande quantità di dati elaborati.

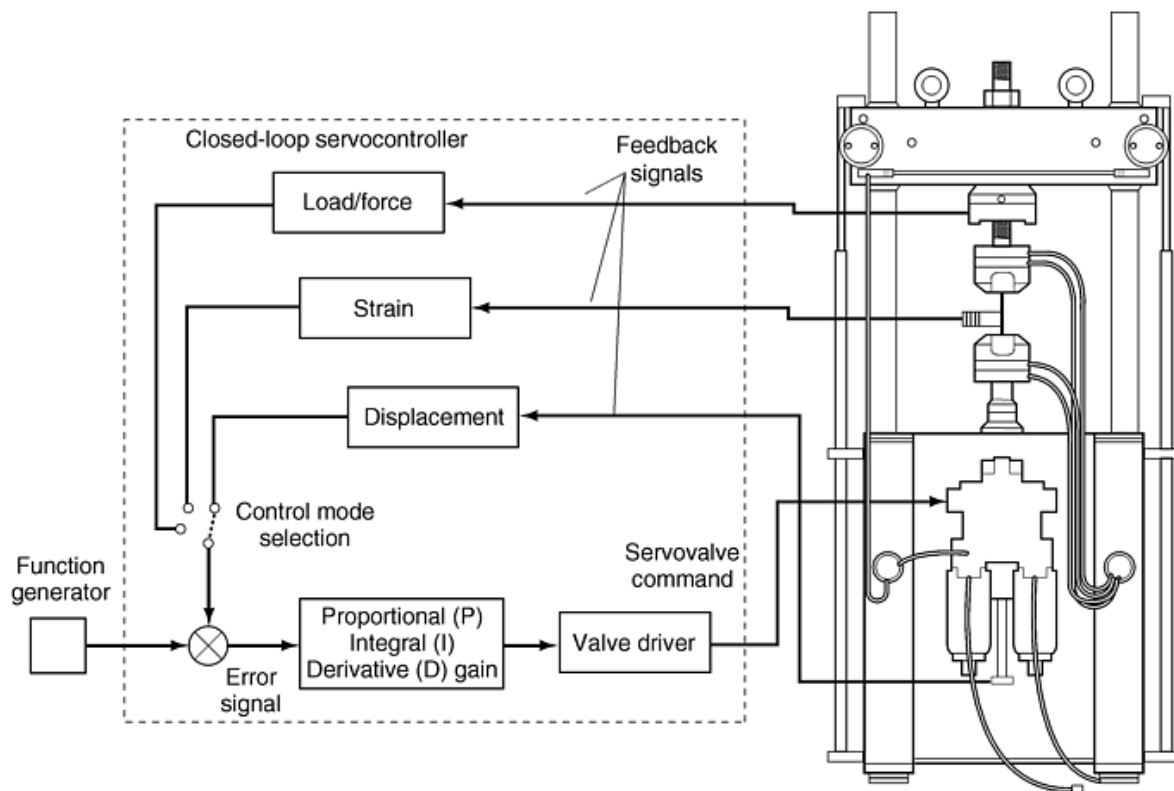


Fig. 17 – Schema del sistema di controllo ad anello chiuso di una macchina servoidraulica.



Fig. 18 – Immagine di una macchina servoidraulica dotata di controllo computerizzato.

E' fondamentale per l'accuratezza dei test, disporre di un sistema di ancoraggio ben progettato: esso deve permettere un facile inserimento di provini di geometrie diverse e trasmettere correttamente la sollecitazione al pezzo stesso (senza danneggiarlo) ed alla cella di carico. Per fare ciò, vengono utilizzati numerosi inserti da applicare ai due afferraggi. Questi inoltre, devono garantire un ottimo allineamento ed essere capaci di sopportare le condizioni ambientali associate al test. I moderni sistemi di ancoraggio solitamente sono in acciaio e vengono raffreddati ad acqua per prevenire surriscaldamenti.

In fig. 19 viene mostrato uno dei due afferraggi di una macchina servoidraulica: sono evidenziate le porte per il fluido idraulico, la connessione al raffreddamento e gli inserti cuneiformi (*wedges*) utilizzati per provini piatti; per provini circolari vengono utilizzati invece inserti ad anello.

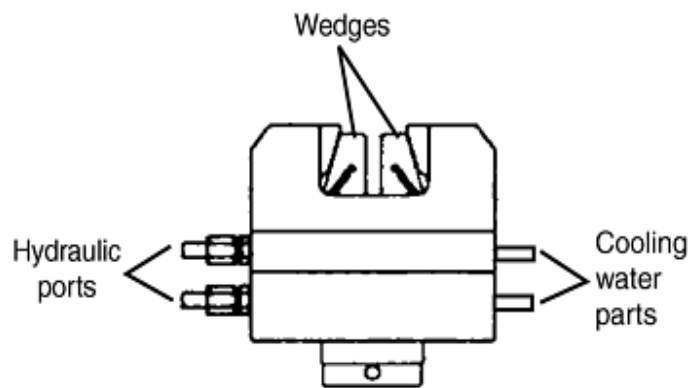


Fig. 19 - Schema di un afferraggio (con inserti cuneiformi) di una macchina servoidraulica.

2.4 TEST E MACCHINE ULTRASONICHE

Innanzitutto, è interessante notare che molti componenti strutturali sostengono un numero di cicli di carico ben oltre 10^7 , ma la caratterizzazione dei materiali e le previsioni a fatica sono normalmente basate su dati limitati all'intervallo fra 10^6 e 10^7 cicli. Questo perché le convenzionali macchine per test a fatica prima degli ultimi decenni avevano una frequenza di lavoro limitata a meno di 200 Hz, così i test oltre 10^7 cicli richiedevano una grande quantità di tempo.

Da un punto di vista storico, è stato dimostrato per la prima volta a metà degli anni '80 da diversi ricercatori Giapponesi (Ebara, 1987; Kikukawa, 1965; Murakami, 1994) che le leghe metalliche usate per scopi strutturali possono arrivare a rottura dopo 10^7 cicli. Più recentemente, il fenomeno della rottura a fatica ad altissimo numero di cicli (*VHCF*) per molte leghe, è stato ampiamente studiato da C. Bathias e suoi collaboratori (Kong, 1987; Ni, 1991; Thanigaiyarasu, 1988; Wu, 1991).

La curva S-N viene spesso considerata una relazione iperbolica, ma in realtà non esiste un asintoto orizzontale: ciò significa che i meccanismi d'innescio della fatica da 10^6 ad oltre 10^9 cicli sono un argomento di grande interesse per le avanzate tecnologie strutturali. Di conseguenza la curva S-N, dato che non è asintotica, deve essere determinata per garantire la reale resistenza a fatica nel campo della *VHCF*.

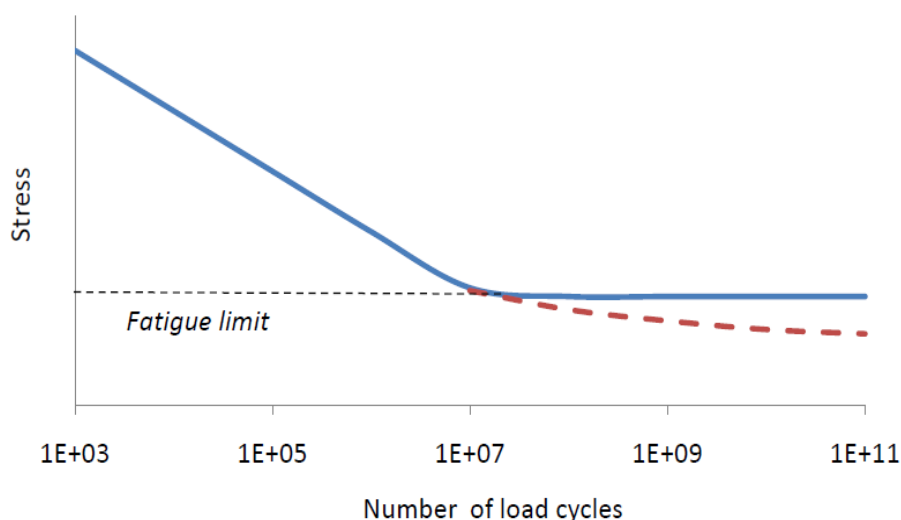


Fig. 20 - Curva S-N con asintoto orizzontale (in blu) secondo l'approccio classico; con andamento decrescente (in rosso) per $N > 10^7$ secondo i test moderni.

E' inoltre di grande interesse il fenomeno della propagazione molto lenta di cricche nell'intorno del valore di soglia ΔK_{th} . Negli anni '60 Paris e suoi collaboratori osservarono che la velocità di propagazione in tale intorno è di circa 0.6×10^{-11}

metri per ciclo. A questa velocità si potrebbero impiegare ben oltre 10^8 cicli per giungere a rottura. Sia la nucleazione che la crescita di cricche di fatica sono importanti per sviluppare una completa conoscenza della VHCF: diversi autori hanno dimostrato che la porzione di vita spesa per l'innescò della cricca è superiore al 90% nel campo della fatica ad alto numero di cicli ($10^6 \div 10^7$ cicli) per leghe di acciaio, alluminio, titanio e nickel.

Ad oggi però la relazione fra propagazione e innescò della cricca non appare chiara. Quando viene definita una curva S-N, essa è solitamente riferita all'acciaio: i suoi dati sono generalmente limitati a 10^7 cicli e si presume, in accordo con gli standard, che un asintoto orizzontale permetta la determinazione del limite di fatica per un valore dello sforzo alternato riferito a $10^6 \div 10^7$ cicli. Si considera normalmente che la vita a fatica sia indeterminata. Mentre per altre leghe metalliche, si assume che l'asintoto della curva S-N non sia orizzontale.

Fino a qualche anno fa, l'andamento della curva oltre 10^7 cicli veniva determinato usando metodi probabilistici, cosa per altro realistica per il limite a fatica. In linea di principio, questo è dato per uno specifico numero di cicli a rottura. Usando, per esempio, il metodo staircase, il limite a fatica è dato dal valore dello sforzo alternato σ_a e la probabilità di rottura è data dalla deviazione standard della dispersione dei dati. Un classico modo per determinare la vita a fatica si basa nell'uso di una funzione Gaussiana. L'insufficienza nell'accuratezza di tale metodo è provata da dati sperimentali che mostrano che per molte leghe la differenza fra il valore di σ_a per 10^6 e per 10^9 è maggiore di 30 Mpa.

Appare chiaro che solo la reale esperienza può rimuovere questa ambiguità: perciò sembra essere un approccio migliore quello di determinare la reale resistenza a fatica per un dato numero di cicli, invece di una stima del limite di fatica, specialmente nel campo gigaciclico ($N > 10^9$).

Per i vari motivi sopra esposti, è necessario applicare un metodo accelerato di test a fatica per investigare il comportamento della curva S-N nel regime gigaciclico.

Il metodo ultrasonico di test a fatica utilizza un range di frequenza dello sforzo ciclico compreso fra 15 kHz e 30 kHz, con un tipico valore di 20 kHz. In questo modo, il tempo e il costo di ottenere un limite di fatica (se esiste) o dati sul ΔK_{th} vengono drasticamente ridotti. Per esempio, la durata di un test per 10^7 cicli è di circa 9 minuti con una macchina ultrasonica, mentre quella di un convenzionale test a 100 Hz sarebbe di 28 ore. Ancora più impressionante è la differenza se si vuol testare un provino per 10^{10} cicli: a 100 Hz ci vorrebbero 3,2 anni mentre alla frequenza ultrasonica di 20 kHz meno di 6 giorni.

Questo metodo fornisce anche un'affidabile possibilità di testare il materiale nell'intorno del ΔK_{th} dove la velocità della propagazione della cricca è estremamente bassa.

In fig. 21 è mostrato il tempo necessario per completare test a fatica per differenti frequenze di lavoro, mentre in fig. 22 il confronto fra il tempo impiegato da una macchina convenzionale ed una ultrasonica per completare lo stesso numero di cicli.

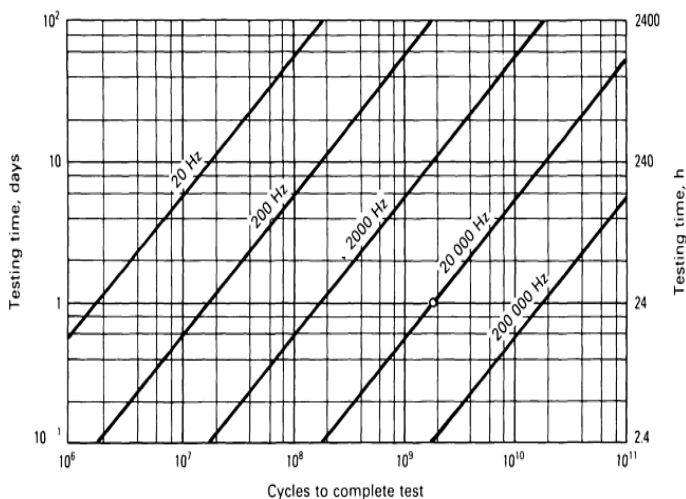


Fig. 21 - Tempo richiesto per completare test a fatica per differenti frequenze di lavoro.

Cicli di carico	Test convenzionale 100 Hz	Test ultrasonico 20KHz
10^6	≈ 2.8 ore	≈ 50 sec
10^7	≈ 28 ore	≈ 9 min
10^8	≈ 12 giorni	≈ 1.4 ore
10^9	≈ 120 giorni	≈ 14 ore
10^{10}	≈ 3.2 anni	≈ 6 giorni

Fig. 22 - Confronto fra il tempo impiegato da macchine convenzionali ed ultrasoniche per completare lo stesso numero di cicli.

I test ultrasonici sono applicabili alla maggior parte dei materiali di uso ingegneristico, incluso metalli, ceramiche, vetri, plastiche e compositi. I risultati possono essere usati per valutare le proprietà meccaniche in regime di VHCF o per estendere i dati già disponibili dai test convenzionali.

2.4.1 CENNI STORICI

L'applicazione di test a fatica ultrasonica iniziò intorno ai primi del 1900 (Hopkinson, 1911). Fino ad allora la più alta frequenza raggiunta da sistemi meccanici per prove a fatica non aveva superato 33 Hz. Quell'anno Hopkinson sviluppò un primo congegno a risonanza elettromagnetica che lavorava a 116 Hz. Jenkin, nel 1925, usò tecniche simili per testare fili di rame, ferro e acciaio a 2.5 kHz. Nel 1929, la macchina di Jenkin e Lehmann raggiunse 10 kHz.

Fu Mason nel 1950 a segnare un punto di svolta nello sviluppo di tecniche per test a fatica ultrasonica: egli introdusse i trasduttori piezoelettrici e magnetostrittivi capaci di convertire segnali elettrici a 20 kHz in vibrazioni meccaniche a 20 kHz controllate in spostamento, ed usò onde ad alta potenza ultrasoniche a 20 kHz per indurre fratture di fatica nei materiali. Pochi anni dopo vennero raggiunte frequenze di test a fatica anche più alte, per esempio 92 kHz (Girard, 1959) e 199 kHz (Kikukawa, 1965). Il progetto di Mason della macchina a 20 kHz è stato usato come base per la maggior parte delle moderne macchine ultrasoniche.

Neppiras nel 1959 propose di applicare gli ultrasuoni per la determinazione delle curve S-N ed iniziò lo sviluppo di metodi di misurazione della durata a fatica e dei limiti a fatica sotto carichi ad ampiezza costante ad $R=1$.

Nel 1973 Mitsche fu il primo ad usare gli ultrasuoni con lo scopo di testare la propagazione delle cricche di fatica.

I test convenzionali spesso coinvolgono la modifica della sequenza temporale del carico; nondimeno i test ultrasonici possono seguire esattamente le sequenze desiderate. Bathias e suoi collaboratori hanno sviluppato sistemi di controllo computerizzato per test a fatica ultrasonica. A questo proposito computer come PC 486 (inizialmente), poi versioni più potenti, sono stati utilizzati per comandare adeguatamente una macchina piezoelettrica.

Ad oggi le applicazioni industriali dei dati raccolti nella fatica ultrasonica sono stati estesi ad aerei, automobili, ferrovie, strutture offshore e altri.

2.4.2 I PRINCIPI DEL TEST ULTRASONICO

I principi del test a fatica ultrasonica sono piuttosto semplici. La fatica ultrasonica è un metodo di test basato sulla risonanza: il provino da testare viene fatto vibrare, da uno stimolo periodico relativamente piccolo, ad una frequenza pari alla sua prima frequenza naturale (condizione di risonanza), creando un campo ciclico di spostamento e di deformazione (quindi di sforzo) tali da causarne la rottura.

La condizione di risonanza è necessaria per ottenere l'ampiezza della deformazione e dello sforzo capaci di produrre fatica nel materiale.

Prendiamo in considerazione una barra rettilinea di materiale in condizioni di risonanza e valutiamo l'andamento dello spostamento e della deformazione in direzione x . La barra è caratterizzata da un diametro costante e lunghezza L .

Un'onda ultrasonica colpisce longitudinalmente una delle estremità della barra e si propaga ad una certa velocità lungo di essa, viene riflessa dall'estremità opposta e ritorna al punto di ingresso. La velocità dell'onda, c_0 , è determinata dalle proprietà del materiale: modulo di Young, E , e densità (massa/volume) ρ .

La relazione è data da:

$$c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Il tempo richiesto per percorrere la lunghezza della barra e ritorno vale $2L/c_0$, che equivale ad una frequenza pari a:

$$f = \frac{c_0}{2L}.$$

Se questa è uguale alla frequenza dell'onda in ingresso, l'onda riflessa sarà esattamente in fase con quella d'ingresso, creando così un'onda stazionaria che si propaga alla stessa frequenza e la barra sarà in risonanza.

La lunghezza L della barra è allora esattamente uguale alla metà della lunghezza d'onda dell'onda stazionaria, cioè:

$$L = \lambda/2$$

L'andamento dell'ampiezza dello spostamento in un punto x lungo la barra sarà:

$$U(x) = A_0 \cos(kx)$$

dove A_0 è l'ampiezza dello spostamento alla fine della barra, k è $2\pi/\lambda$, e λ è la lunghezza d'onda alla frequenza di risonanza.

La distribuzione della deformazione lungo la barra sarà la derivata dell'ampiezza dello spostamento:

$$\varepsilon(x) = \frac{dU(x)}{dx} = -kA_0 \sin(kx)$$

Dunque, la deformazione massima si ha quando $\sin(kx) = 1$, o $x = \lambda/4$ e vale: $-kA_0$.

La fig. 23 mostra la distribuzione dell'ampiezza dello spostamento longitudinale e dell'ampiezza della deformazione lungo la barra in risonanza. Il valore nullo dello spostamento (nodo dello spostamento) e la massima deformazione (antinodo della deformazione) si hanno al centro della barra.

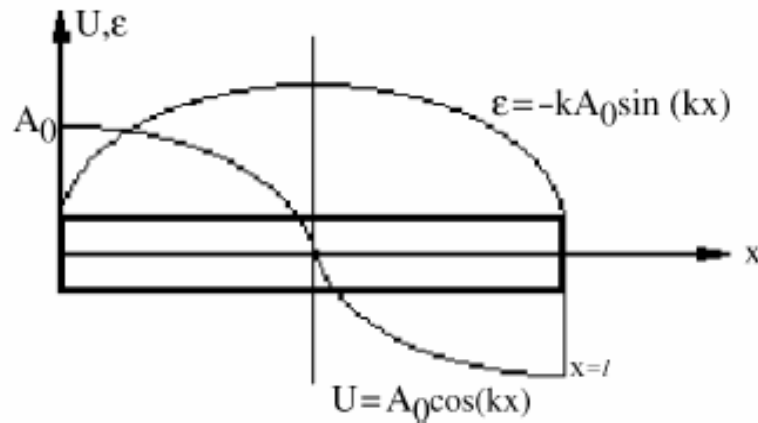


Fig. 23 - Andamento dell'ampiezza di spostamento e di deformazione lungo una barra di sezione costante.

Al contrario, il massimo spostamento (antinodo dello spostamento) e deformazione nulla (nodo della deformazione) si ottengono alle estremità della barra.

La distribuzione dello sforzo per ogni punto lungo la barra è ottenuta da una relazione elastica della distribuzione della deformazione:

$$\sigma(x) = E \cdot \varepsilon(x)$$

dove E è il modulo di Young del materiale. A causa della relazione elastica, il massimo dello sforzo coincide fisicamente con il massimo della deformazione.

Perciò si otterranno i seguenti valori estremi per lo spostamento, la deformazione e lo sforzo:

$$\text{per } x = \frac{L}{2}: \quad A = 0, \quad \varepsilon = -k A_0, \quad \sigma = -EkA_0$$

$$\text{per } x = 0, L: \quad A = A_0, -A_0 \quad \varepsilon = 0, \quad \sigma = 0$$

I valori dello sforzo non possono essere ottenuti indipendentemente dalle deformazioni nei test a fatica ultrasonica. Quindi, test con puro controllo di carico non possono essere realizzati.

L'esempio della barra uniforme in risonanza esprime i concetti di base dei test a fatica ultrasonica. Con appropriate modifiche geometriche, questi concetti possono essere usati per progettare la porzione meccanica del convertitore, gli amplificatori acustici ed il provino: è fondamentale che ogni componente in un sistema risonante di test sia dimensionato in modo che lavori alla frequenza di risonanza per trasmettere efficacemente l'energia meccanica al provino.

Il fatto che durante un test ultrasonico l'ampiezza della deformazione ciclica lungo il provino vari da un valore nullo alle estremità fino a raggiungere il suo massimo al

centro, fa sì che il danno a fatica, la nucleazione e propagazione della cricca siano confinati al centro del provino. Non è così per i test convenzionali dove tale andamento è distribuito in maniera più uniforme. A causa del fatto che la deformazione è minima alle estremità della barra in risonanza, i requisiti per provvedere all'eventuale collegamento di questa con un'altra e per l'ancoraggio del provino, sono minimi.

Per produrre deformazione nella barra, solo un'estremità del provino deve essere in contatto con la sorgente delle onde: ciò permette di fare test a trazione-compressione di provini molto sottili senza rischio di schiacciarli e senza dover utilizzare complicati afferraggi ed inserti. La possibilità di avere un'estremità libera può rivelarsi particolarmente utile ad esempio per poterla osservare con sensori e microscopi durante il test.

La deformazione ciclica può essere ottenuta ad una desiderata frequenza di risonanza regolando opportunamente la lunghezza della provino. Infatti per una barra rettilinea con sezione costante, la lunghezza richiesta, per test a fatica alla frequenza di risonanza del primo modo di vibrazione, sarà uguale a:

$$L = \frac{1}{2f} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

L'equazione precedente indica un fatto importante: la lunghezza di risonanza è inversamente proporzionale alla frequenza. Questo spiega perché alcune altissime frequenze, per esempio 92 kHz e 199 kHz menzionate nel paragrafo precedente, non siano praticabili. Per esempio, volendo calcolare la lunghezza di risonanza per un provino di sezione uniforme di un tipico acciaio ($E = 200000 \text{ Mpa}$, $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$), otteniamo:

f (kHz)	L (mm)
20	127
92	27.5
199	13.2

Gli ultimi due valori della lunghezza comporterebbero ovviamente enormi difficoltà per la lavorazione del provino in fase di produzione, per le misurazioni di spostamento e deformazione, così come per la dissipazione di calore.

2.4.3 COMPOSIZIONE E FUNZIONAMENTO DELLE MACCHINE

Fino ad ora non sono stati sviluppati standard per le procedure e le macchine di test per la fatica ultrasonica, nonostante siano in corso maggiori sforzi all'interno dell'ASTM per fornire pratiche raccomandate ed ultimare uno standard di test. Dato ciò, i laboratori devono sviluppare macchine proprie ed ideare procedure pratiche di test. I laboratori di Willertz negli USA, Stanzl in Austria, Bathias in Francia, Ni in Cina, Ischii in Giappone, e Puskar in Slovacchia sono fra i leader in questo campo.

Nonostante le macchine per test a fatica ultrasonica non siano le stesse in questi laboratori, i principali componenti sono comuni a tutte.

Le prime macchine effettuavano solo test uniassiali e ad ampiezza costante, perciò le unità di controllo ed altre parti non erano molto complicate. In Francia, Bathias utilizzò la prima macchina per test a fatica ultrasonica nel 1967 basata sul principio usato da Mason. Durante gli ultimi due decenni, sono stati fatti progressi per estendere questo tipo di test in condizioni di ampiezza variabile, di bassa ed alta temperatura, di carico torsionale o multiassiale, e altro. Dunque, progettare una moderna macchina può coinvolgere considerazioni meccaniche, elettriche, ottiche, magnetiche e termiche.

I tre componenti più importanti di queste macchine sono:

- 1) Un generatore di potenza che trasforma il segnale elettrico di 50 o 60 Hz in un segnale elettrico sinusoidale a 20 kHz. La frequenza del segnale viene controllata con un'accuratezza molto elevata, tipicamente entro ± 1 Hz.
I generatori di corrente impiegati hanno una potenza elettrica tipica che va dai 500W a 4000W.
- 2) Un trasduttore piezoelettrico (*converter*) eccitato dal generatore di potenza, che trasforma il segnale elettrico in onde ultrasoniche longitudinali inducendo vibrazioni meccaniche alla stessa frequenza. La tipica ampiezza ottenuta all'estremità del *converter* varia dai 0.010 ai 0.020 mm; vengono solitamente realizzati con un materiale chiamato lead-zirconate-titanate (PZT).
- 3) Un amplificatore ultrasonico (*horn*) che amplifica le vibrazioni provenienti dal trasduttore per ottenere l'ampiezza della deformazione voluta al centro del provino. Le macchine sono generalmente fornite con una varietà di Horn che vanno da fattori di amplificazione unitaria sino a un fattore di 10. Diversi fornitori producono *horn* con le caratteristiche richieste.

Un secondo amplificatore può essere connesso all'altra estremità del provino: secondo prove sperimentali, ciò migliora la propagazione dell'onda lungo il meccanismo aumentando la stabilità della test.

Quelle sopra elencate sono parti della macchina necessarie per la produzione di un carico di fatica ultrasonica.

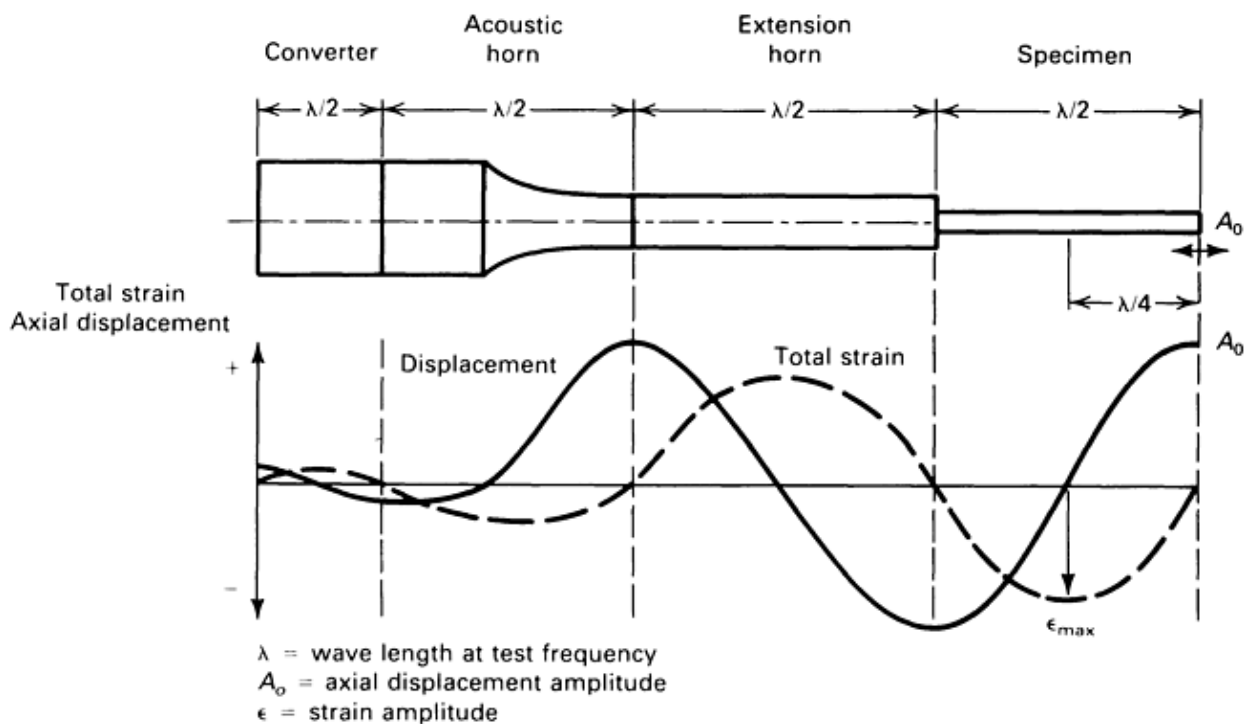


Fig. 24 - Andamento dello spostamento e della deformazione lungo il meccanismo di trasmissione dell'onda ultrasonica.

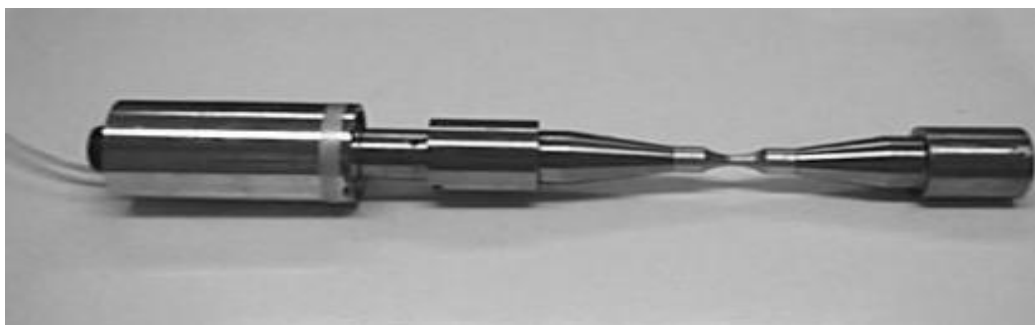


Fig. 25 - Immagine di un tipico assemblaggio del sistema trasduttore-amplificatore-provino (converter-horn-specimen)

In questo caso è stato connesso un amplificatore anche all'altra estremità del provino.

Questo tipo di macchine possono includere altri componenti come:

- sistemi di analisi dei dati (unità di controllo dell'ampiezza, voltmetro, unità di controllo della frequenza, contacicli, oscilloscopio)
- sistemi di misurazione (sensore di rilevazione dello spostamento longitudinale, unità di osservazione video).

La rilevazione dello spostamento longitudinale, parametro di controllo del test a fatica ultrasonica, viene misurato in prossimità dell'estremità libera del provino da un sensore a fibra ottica, che permette di misurazioni dello spostamento per valori che possono andare da $1\text{ }\mu\text{m}$ a $199.9\text{ }\mu\text{m}$, con un'accuratezza di $0.1\text{ }\mu\text{m}$ (laboratorio di Bathias).

Il valore massimo della deformazione durante il test può essere misurato direttamente usando estensimetri molto piccoli, posizionati sulla superficie del provino.

In aggiunta viene utilizzato un sistema con video camera collegata ad uno schermo per l'osservazione di innesco e propagazione della cricca; questo sistema aggiorna l'immagine ogni 25esimo di secondo ed ingrandisce la superficie del provino di $140\div 200$ volte (laboratorio di Bathias).



Fig. 26 - Sistema completo per test a risonanza del laboratorio di Bathias.

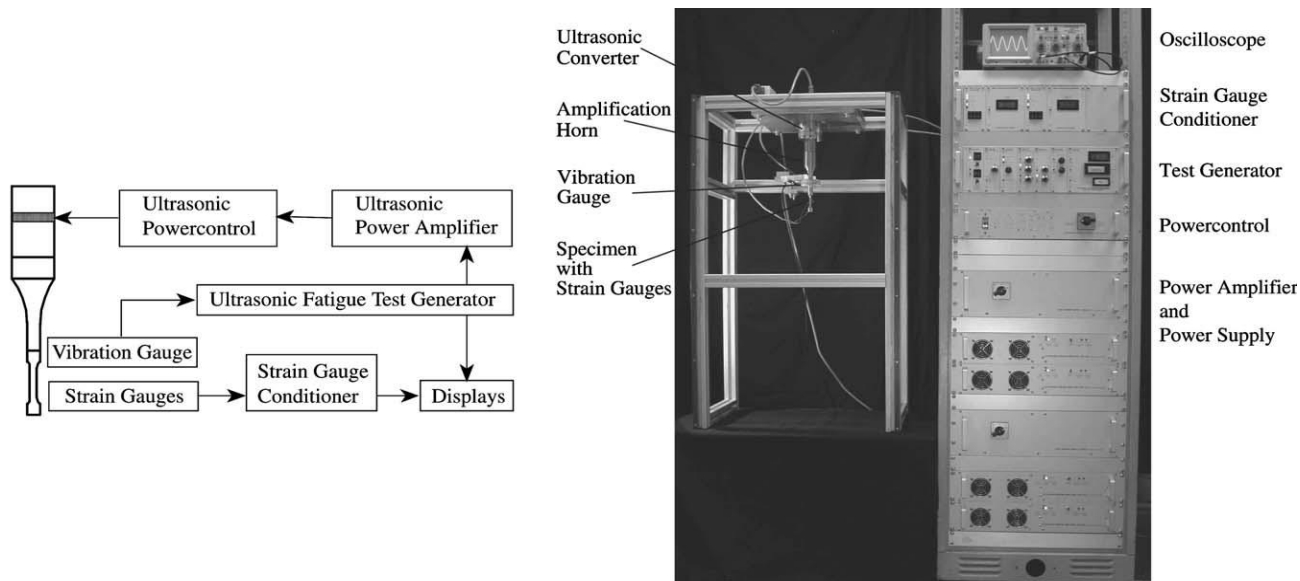


Fig. 27 - Immagine di macchina per test a fatica ultrasonica e schema del suo sistema di controllo (laboratorio dell'Università di Boku, Austria).

Durante il test si hanno fenomeni di perdita di carico dovuti a diversi fattori:

- variazione dell'elongazione del provino;
- cambiamenti microstrutturali del materiale dovuti ad un accumulo di fatica;
- crescita di cricche che riducono la sezione del provino stesso.

Questi fenomeni variano la lunghezza effettiva di risonanza con una conseguente risonanza meno efficace e vibrazioni di ampiezza minori (minor carico).

Il generatore di conseguenza è generalmente posto in catena chiusa e controllato tramite un PC che ne regola la potenza attraverso una connessione del tipo A/D-D/A. Alcuni generatori hanno un circuito per lo spegnimento automatico quando si hanno brusche o incontrollabili variazioni della frequenza.

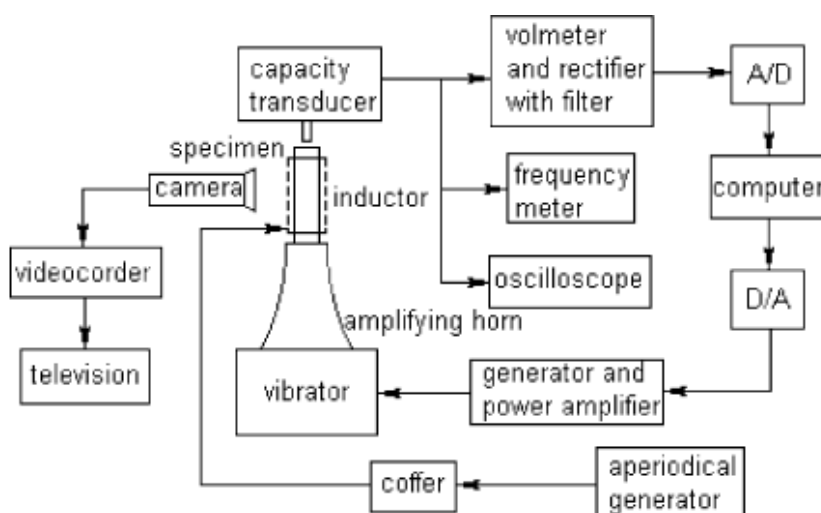


Fig. 28 – Schema del sistema di controllo computerizzato utilizzato nel laboratorio di Bathias.

3 CASO DI STUDIO: MODELLO ANALITICO E NUMERICO DI UN PROVINO SOTTOPOSTO A SOLLECITAZIONE CICLICA A 20 KHz.

3.1 INTRODUZIONE

I principi del test a fatica ultrasonica sono piuttosto semplici. La fatica ultrasonica è un metodo di test basato sulla risonanza: il provino da testare viene fatto vibrare, da uno stimolo periodico relativamente piccolo, ad una frequenza pari alla sua prima frequenza naturale (condizione di risonanza), creando un campo ciclico di spostamento e di deformazione (quindi di sforzo) tali da causarne la rottura.

La condizione di risonanza è necessaria per ottenere l'ampiezza della deformazione e dello sforzo capaci di produrre fatica nel materiale.

Lo scopo del presente capitolo è quello di ricavare in maniera rigorosa il modello matematico di tale fenomeno, per una barra cilindrica sottoposta ad una sollecitazione ciclica di frequenza pari ad una delle sue frequenze naturali. Tali frequenze, come scopriremo, sono dei multipli della prima.

Verrà poi determinato l'andamento lungo il provino del campo dello spostamento, il campo della deformazione e quello dello sforzo, con particolare attenzione al caso in cui la sollecitazione ciclica ha una frequenza pari alla prima frequenza naturale (situazione tipica di un test a 20 kHz).

Dopo aver trattato analiticamente le leggi che stanno alla base di questo fenomeno ed aver verificato che per il caso della barra cilindrica esiste una soluzione analitica esatta, verranno mostrati i risultati numerici ed i grafici ottenuti dopo aver implementato in linguaggio MATLAB il modello matematico di un test a fatica ultrasonica a 20 kHz per un provino d'acciaio cilindrico a sezione costante.

Sarà in seguito illustrata la simulazione dello stesso test creata in ambiente FEM: in particolare tale modello numerico è stato realizzato utilizzando ANSYS, allo scopo di confermare i risultati forniti dal modello MATLAB.

Il capitolo si concluderà con il confronto dei risultati ottenuti dai due modelli al fine di dimostrare la validità del lavoro svolto.

3.2 MODELLO ANALITICO

Si consideri una barra prismatica, rettilinea come mostrato in fig. 1. La coordinata x si riferisce ad una sezione trasversale della barra, mentre lo spostamento longitudinale di tale sezione è dato da $u(x,t)$. Assumiamo che la barra sia sollecitata da un campo di sforzo dinamico $\sigma(x,t)$, così che le sezioni adiacenti siano soggette a sforzi variabili. Si presume che sia inoltre presente una forza di massa per unità di volume $q(x,t)$.

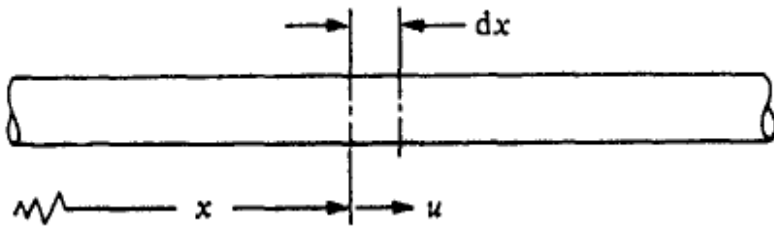


Fig. 1a – Barra monodimensionale disposta lungo x con spostamento pari ad u .

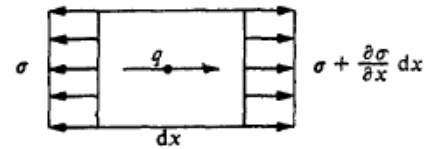


Fig. 1b – Campo di sforzo agente su di un elemento differenziale della barra.

Dal secondo principio della dinamica (legge di Newton), valutando i contributi in direzione x otteniamo la seguente equazione del moto per il volume $A dx$:

$$-\sigma A + \left(\sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx \right) A + q A dx = \rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

dove A è l'area della sezione trasversale della barra: dato che stiamo considerando una barra prismatica, tale parametro rimarrà costante. Si consideri positivo lo sforzo a trazione. L'equazione (1) si riduce nella seguente:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + q = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2)$$

Effetti dovuti al materiale non sono stati introdotti, dunque in questa fase l'equazione è applicabile tanto a problemi elastici quanto a quelli non-elastici. Presumiamo ora che il materiale si comporti in maniera elastica e segua la legge di Hooke semplificata:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (3)$$

dove E è il modulo di Young ed ε è la deformazione assiale, definita da:

$$\varepsilon = \partial u / \partial x \quad (4)$$

Inserendo la (3) e la (4) nella (1), otteniamo:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(E \frac{\partial u}{\partial x} \right) + q = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Se la barra è omogenea in modo che E e ρ non variano con x, l'equazione diventa:

$$E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + q = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (5)$$

Ci sono diverse ipotesi implicite nello sviluppo dell'equazione precedente, alcune delle quali sono state menzionate, come la forma prismatica e l'omogeneità.

E' stato inoltre ipotizzato che sezioni trasversali piane parallele rimangano piane e parallele e che ci sia un'uniforme distribuzione dello sforzo. Infine è stata fatta un'importante semplificazione riguardante gli effetti laterali. Mentre è stato considerato uno sforzo uniassiale, non è stata considerata uniassiale la deformazione. Per l'effetto di Poisson, vengono generate espansioni e contrazioni laterali derivanti dallo sforzo uniassiale; usando la legge di Hooke generalizzata potremmo determinare queste quantità. In questo caso sono stati trascurati gli effetti d'inerzia laterale associati a queste contrazioni-espansioni ($\nu=0$).

In assenza di forze di massa, l'equazione (5) diventa:

$$E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (6)$$

oppure

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (7)$$

con: $c_0 = \sqrt{\left(\frac{E}{\rho}\right)}$;

la (7) rappresenta la cosiddetta equazione d'onda, un'equazione differenziale del secondo ordine alle derivate parziali; c_0 è una costante e viene frequentemente definita *velocità della barra* per distinguerla da altre velocità di propagazione. Per risolvere tale equazione utilizziamo il metodo della separazione delle variabili, dove si suppone che $u(x,t)$ avrà una soluzione con una parte funzione di x ed una di t.

Supponiamo allora che sia:

$$u(x, t) = U(x)\psi(t)$$

Derivando due volte in direzione x si ottiene:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \psi(t)U''(x)$$

Mentre derivando due volte in direzione t si ha:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = U(x)\psi''(t)$$

Sostituendo le due appena trovate nell'equazione d'onda si ottiene:

$$\frac{U''(x)}{U(x)} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\psi''}{\psi(t)} = -\beta^2,$$

dove β rappresenta la costante della separazione delle variabili. Dall'equazione precedente si ottengono due equazioni differenziali separate:

$$\frac{U''(x)}{U(x)} = -\beta^2; \quad \frac{\psi''}{\psi(t)} = -c_0^2 \beta^2 \quad (8)$$

dove:

$$\beta = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi f}{\sqrt{E/\rho}}. \quad (9)$$

Quindi β dipende dalla frequenza a cui è sollecitata la barra e dalle caratteristiche del materiale perciò sarà determinata dai parametri di test. Se consideriamo $\beta^2 > 0$ si ottiene la soluzione armonica del moto, mentre per $\beta^2 < 0$ otterremmo la soluzione non armonica, la quale sarebbe incapace di rappresentare il moto periodico al quale sappiamo essere sottoposta la barra in vibrazione libera.

La soluzione armonica della (8) è la seguente:

$$U(x) = C\sin(\beta x) + D\cos(\beta x); \quad \psi(t) = A\sin(\beta c_0 t) + B\cos(\beta c_0 t).$$

Ricordando che $\omega = \beta c_0$, otteniamo:

$$\psi(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t).$$

Per definire completamente le due soluzioni restano da determinare i 4 parametri A, B, C, D utilizzando le condizioni al contorno.

Nel caso di test a fatica ultrasonica le condizioni al contorno per il provino (nel nostro caso una barra) per i due estremi sono:

$$\frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial u(L,t)}{\partial x} = 0$$

Derivando $u(x,t)$ in direzione x otterremmo:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \psi(t)U'(x).$$

Dalla soluzione armonica abbiamo che:

$$U'(x) = C\beta\cos(\beta x) - D\beta\sin(\beta x),$$

ottenendo infine:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x,t) = [C\beta\cos(\beta x) - D\beta\sin(\beta x)] \psi(t). \quad (10)$$

Dalla (10) applicando la prima condizione al contorno per l'estremo $x = 0$:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = C\beta \psi(t) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{ll} \beta = 0: & \text{non accettabile} \\ \mathbf{C} = \mathbf{0}: & \text{accettabile} \\ \psi(t) = 0: & \text{non accettabile} \end{array} \right.$$

Scartiamo la soluzione $\beta=0$ poiché essendo $\beta=\omega/c_0$, segue che $\omega=0$ perciò avremmo un'onda di sollecitazione con frequenza nulla.

Scartiamo inoltre la soluzione $\psi(t)=0$ poiché comporterebbe un'evoluzione nulla nel tempo.

L'unica soluzione accettabile è $C=0$ perciò:

$$U(x) = D\cos(\beta x).$$

Applichiamo la seconda condizione al contorno per l'estremo $x=L$:

$$\frac{\partial u(L,t)}{\partial x} = U'(L) \psi(t) = 0.$$

Segue che:

$$U'(L) = C\beta \cos(\beta L) - D\beta \sin(\beta L) = -D\beta \sin(\beta L) = 0$$

dove abbiamo applicato il risultato $C=0$ ottenuto dalla prima condizione al contorno. Anche per la seconda condizione al contorno avremo delle soluzioni fisicamente non accettabili, infatti:

$$-D\beta \sin(\beta L) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta = 0: \text{ non accettabile} \\ D = 0: \text{ non accettabile} \\ \beta_n L = 0 + n\pi \quad (n=0,1,2,..) \end{array} \right.$$

Abbiamo scartato la soluzione $\beta = 0$ per lo stesso motivo di prima e la soluzione $D = 0$ perché con l'applicazione della prima condizione al contorno l'espressione della $U(x)$ si è ridotta a: $D\cos(\beta x)$. Quindi $D=0$ comporterebbe $U(x)=0$ e non ci sarebbe nessuna propagazione lungo x (modello della barra rigida).

L'unica soluzione accettabile è quindi la soluzione periodica $\beta_n L = n\pi$, la quale utilizzando la (9) fornisce l'equazione della frequenza (anche chiamata equazione caratteristica):

$$f_n = n \frac{c_0}{2L} \quad (n=1,2,3,..)$$

Quindi le f_n rappresentano le frequenze naturali (anche chiamati autovalori) della barra per una data lunghezza L . Queste sono frequenze discrete alle quali la barra entra in vibrazione armonica.

Poiché nel caso delle macchine ad ultrafatica la frequenza è definita dal tipo di test è conveniente esplicitare L nella (10) ricavando così la lunghezza di risonanza a 20 kHz:

$$L = n \frac{c_0}{2f_n} .$$

Notiamo che la lunghezza di risonanza è inversamente proporzionale alla frequenza. Questo spiega perché test a frequenze molto più elevate non sono praticabili. Per un dato valore di n otteniamo la descrizione della vibrazione della barra da:

$$U_n(x) = D_n \cos(\beta_n x) \quad (n=1,2,3,..),$$

dove U_n sono solitamente chiamati modi normali (oppure autovalori) del sistema.

Alcuni modi di vibrazione sono rappresentati in fig. 2. Possiamo notare che i modi per $n=2,4,..$ descrivono un moto simmetrico, mentre per $n=1,3,..$ descrivono un moto antisimmetrico. I punti a spostamento nullo sono chiamati nodi della vibrazione, mentre i punti di massima vibrazione sono chiamati antinodi.

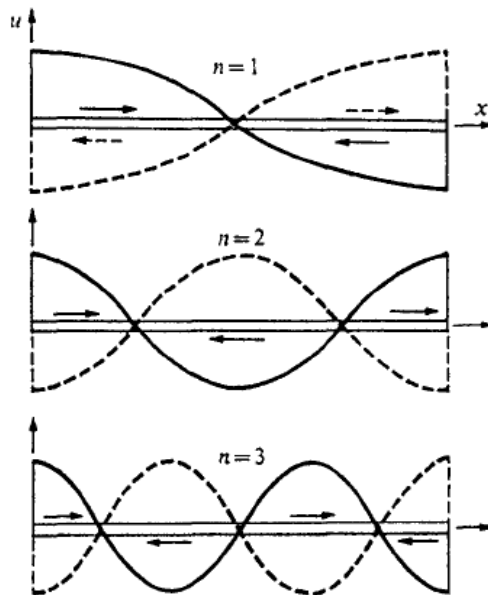


Fig. 2 - Modi antisimmetrici ($n=1,3$) e modo simmetrico ($n=2$) per una barra con estremi liberi.

Quindi una barra di lunghezza L avrà un moto descritto da

$$u_n(x, t) = U_n(x)[A_n \sin(\omega_n t) + B_n \cos(\omega_n t)] \quad (12)$$

Avendo introdotto le condizioni iniziali la (12), per il primo modo di vibrazione, diventa

$$u_1(x, t) = K_1 \sin(\omega_1 t) \cos(\beta_1 x), \quad (13)$$

con K_1 costante.

Nell'estremo libero ($x=0$) avremo perciò

$$u_1(0, t) = K_1 \sin(\omega_1 t),$$

che è semplicemente l'andamento nel tempo dell'ampiezza dello spostamento in corrispondenza dell'estremo libero.

Tale ampiezza è massima per $\sin(\omega_1 t)=1$. In questo caso $u_{1_{MAX}} = U_0 = K_1$, dove U_0 è appunto il valore massimo dell'ampiezza misurato nell'estremo libero.

L'istante in cui si ha la massima ampiezza si può valutare considerando che $\sin(\omega_1 t_{MAX}) = 1$ fornisce la soluzione periodica

$$\omega_1 t_{MAX} = n \frac{\pi}{2} \quad n=(1,2,3,...)$$

da cui esplicitando t_{MAX} si ottiene

$$t_{MAX} = n \frac{\pi}{2} \frac{1}{\omega_1} \quad n=(1,2,3,...) \quad (14)$$

Ricordando che $\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi/T_1$, si ottiene t_{MAX} in funzione del periodo della vibrazione T_1

$$t_{MAX} = n \frac{T_1}{4} \quad n=(1,2,3,...)$$

Per $n=2,4,...$, si ottengono i punti a spostamento nullo (nodi della vibrazione), mentre per $n=1,3,...$, si ottengono i punti di massima vibrazione (antinodi).

In conclusione, ricaviamo le equazioni che governano la vibrazione e lo sforzo lungo la barra. La (13), ricordando che $K_1 = U_0$, fornisce il seguente campo di spostamento

$$u_1(x, t) = U_0 \sin(\omega_1 t) \cos(\beta_1 x), \quad (15.a)$$

mentre il campo della deformazione in ogni punto è descritto da

$$\varepsilon(x, t) = \frac{\partial u}{\partial x} = -U_0 \beta_1 \sin(\omega_1 t) \sin(\beta_1 x). \quad (15.b)$$

L'andamento dello sforzo si ricava invece dal campo di deformazione con la legge di Hooke semplificata:

$$\sigma(x, t) = E\varepsilon(x, t) = -EU_0 \beta_1 \sin(\omega_1 t) \sin(\beta_1 x). \quad (15.c)$$

Nel caso dei test ad ultrafatica si è interessati a pilotare il valore dello sforzo con cui effettuare il test per ottenere le curve S-N. Il test viene effettuato ad una fissata frequenza tipicamente di 20 kHz. In tal caso $\omega=2\pi f$ risulta determinato dalla frequenza di test, mentre β , come risulta dalla (9) è determinata dalla frequenza di test e dalle caratteristiche del materiale da testare.

Di conseguenza l'unico parametro che governa le (15) risulta essere l'ampiezza massima dello spostamento dell'estremo libero U_0 . Tale parametro viene misurato tramite un sensore (a fibra ottica o a correnti dissipative), inviato in retroazione al software di controllo della macchina la quale a sua volta regola la potenza del

converter in modo da mantenere U_0 costante (ovvero il campo di sforzo costante al valore desiderato per il test). In fig. 3 è stato rappresentato il campo dello spostamento e dello sforzo lungo la barra. Notiamo che si tratta di un test a trazione-compressione.

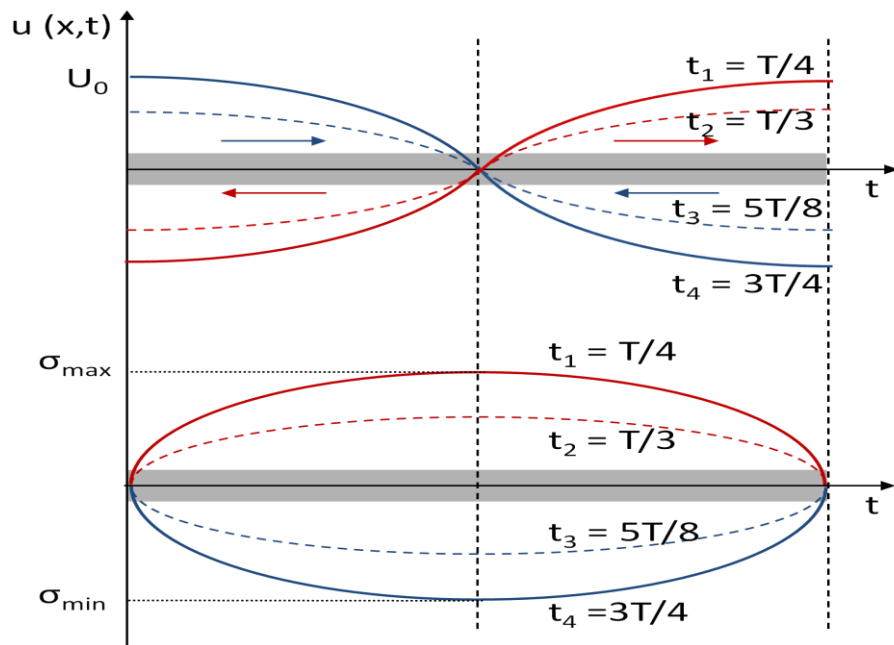


Fig. 3 – Andamento dello spostamento e dello sforzo lungo la barra per diverse frazioni del periodo.

Il modello analitico appena sviluppato è stato tradotto in linguaggio MATLAB, allo scopo di calcolare per una barra di fissate caratteristiche: lunghezza di risonanza per data frequenza, campo di spostamento, campo di sforzo.

Tale codice MATLAB (vedi Appendice A) permette di risolvere le (15) partendo dalle caratteristiche del materiale, dal valore della frequenza di test e da quello di U_0 (massima ampiezza di spostamento dell'estremo libero). I risultati verranno poi confrontati con una soluzione dello stesso test in ambiente FEM.

La simulazione effettuata a scopo dimostrativo con il codice descritto, riguarda un provino di acciaio comune a sezione costante con $E= 200000$ MPa, $\rho= 7800$ kg/m³: per la frequenza di test tipica di 20 KHz (dato di input) è stata ottenuta una lunghezza di risonanza per il primo modo di vibrare di **L=126,59** mm (dato di output).

In figura 4 è riportato inoltre l'andamento dello spostamento e dello sforzo lungo la barra, avendo imposto uno spostamento massimo dell'estremo libero $U_0=20$ μ m.

Notiamo che il massimo valore dello sforzo si ha in corrispondenza della sezione centrale della barra (come desiderato dai test a fatica) in cui si ottiene un valore di $\sigma=99,266$ MPa. Trattandosi di un test di tipo tensione-compressione avremo quindi che $\Delta\sigma=198,54$ MPa che rappresenta lo sforzo di test.

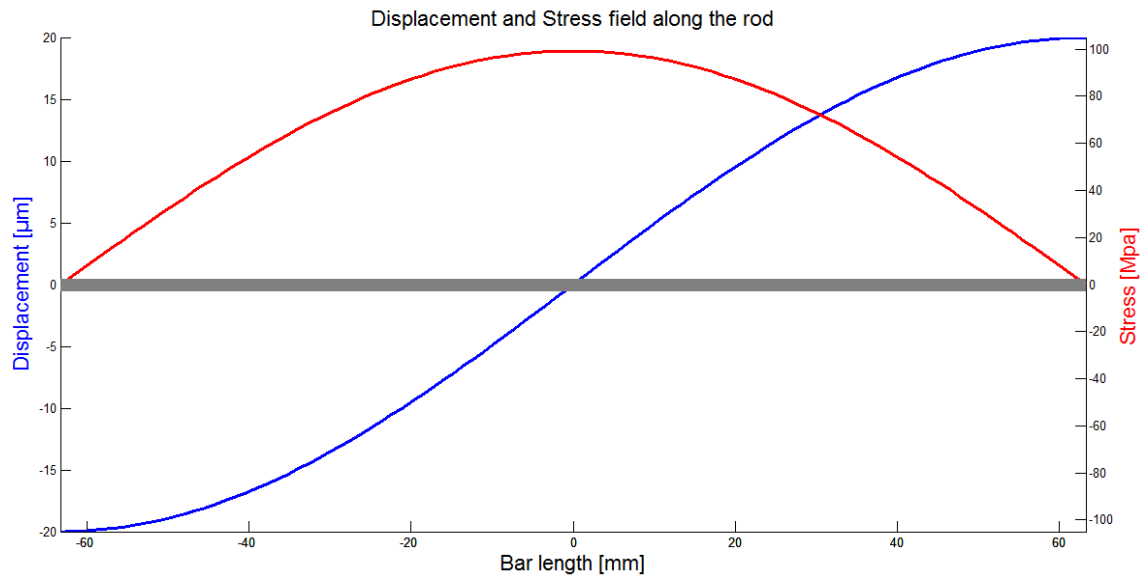


Fig. 4 – Andamento dello spostamento e dello sforzo lungo la barra (massima trazione). MATLAB

È interessante inoltre notare (vedi Figura 5) come lo sforzo dipenda in maniera lineare dal valore di spostamento massimo U_0 imposto all'estremo libero. Regolando U_0 si può ottenere il valore di sforzo di test desiderato.

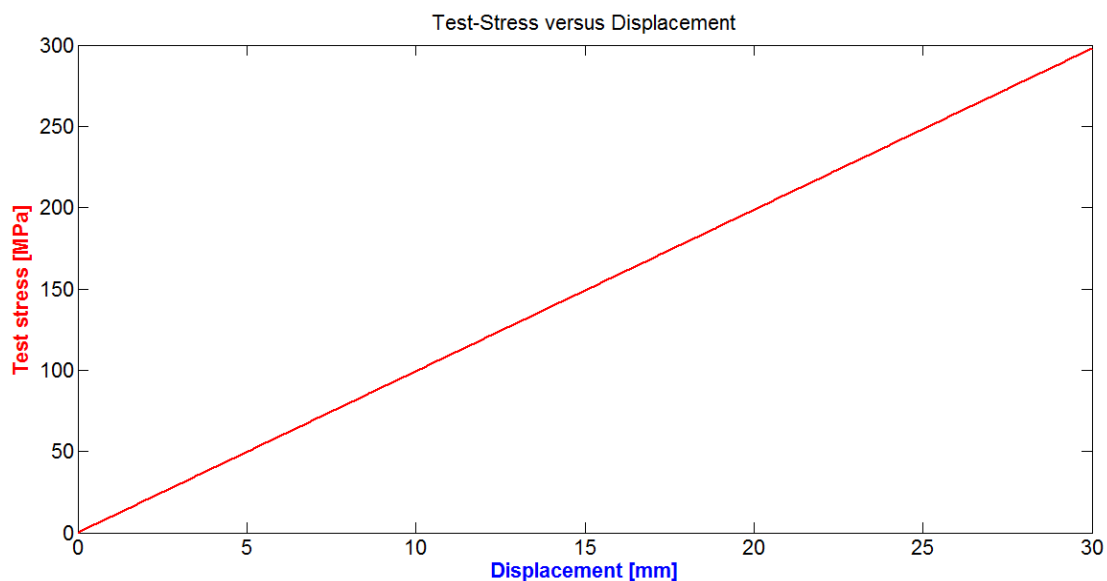


Fig. 5 – Andamento dello sforzo in funzione dello spostamento massimo dell'estremo libero, U_0 . MATLAB.

3.3 MODELLO NUMERICO (FEM)

Nel caso si voglia studiare la vibrazione di un elemento che non presenti zone sostanzialmente più deformabili di altre, il procedimento comunemente seguito consiste nella sostituzione del sistema continuo con un sistema discretizzato secondo il *metodo degli elementi finiti (FEM)*. La struttura viene rappresentata da un insieme di elementi continui collegati tra di loro in un certo numero di punti, detti *nodi*, in corrispondenza dei quali si impone l'uguaglianza degli spostamenti e l'equilibrio delle forze trasmesse, valutati per ciascuno degli elementi che afferiscono al nodo. Il metodo prevede la risoluzione delle equazioni del moto di ciascun elemento e, pertanto, richiede una notevole mole di calcolo, esigenza peraltro soddisfatta dalle capacità dei moderni elaboratori elettronici.

Nella costruzione del modello analitico descritto nel paragrafo precedente sono state introdotte diverse ipotesi (forma prismatica, omogeneità, sezioni trasversali piane parallele che rimangono piane e parallele ed uniforme distribuzione dello sforzo). Allo scopo di validare tale modello verranno illustrati i risultati ottenuti dopo aver realizzato la stessa simulazione di test utilizzando il metodo agli elementi finiti (FEM). A tal fine è stato impiegato il software commerciale ANSYS 13.0.

Per la simulazione è stato utilizzato lo stesso provino preso in considerazione nel modello analitico, che consisteva in una barra a sezione costante di acciaio comune con $E = 200000 \text{ MPa}$, $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$.

Density	7800 kg m ⁻³
---------	-------------------------

Temperature C	Young's Modulus MPa	Poisson's Ratio	Bulk Modulus MPa	Shear Modulus MPa
20	2.e+005	0	66667	1.e+005

TABELLA 1: Dati del materiale.

Innanzitutto è stato realizzato in SolidWorks un modello cilindrico 3D del provino di lunghezza pari a 126,59 mm, che costituiva la lunghezza di risonanza fornita precedentemente dal modello analitico.

L'analisi modale effettuata in ANSYS conferma il valore di 20 kHz come frequenza naturale di vibrazione per la barra suddetta.

Una successiva analisi in risposta armonica ha prodotto i seguenti risultati, in termini di spostamento e sforzo, avendo imposto uno spostamento massimo dell'estremo libero, U_0 , di 20 μm .

In figura 6 è rappresentato il campo dello spostamento lungo la barra nell'istante di massima trazione. Invece il campo di sforzo è rappresentato in fig. 7.

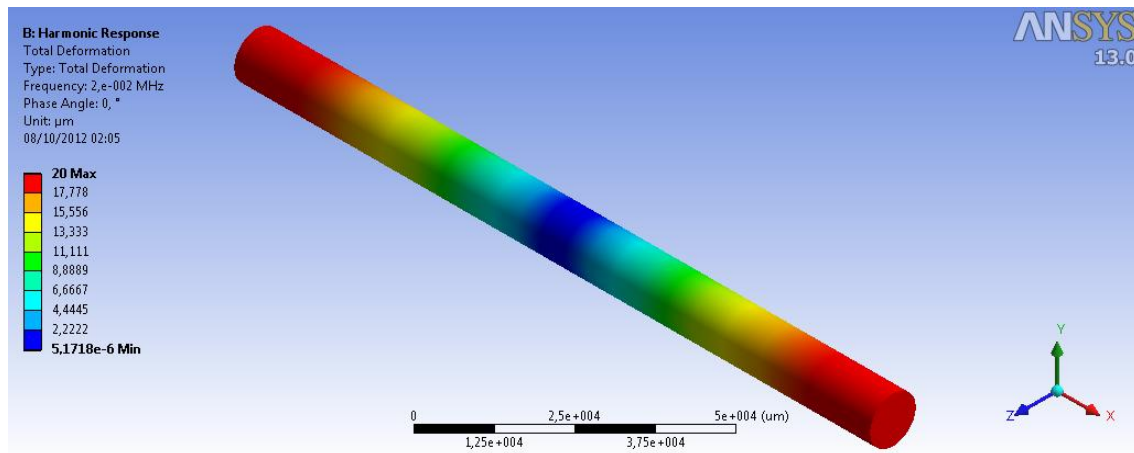


Fig. 6 - Campo dello spostamento lungo la barra nell'istante di massima trazione.

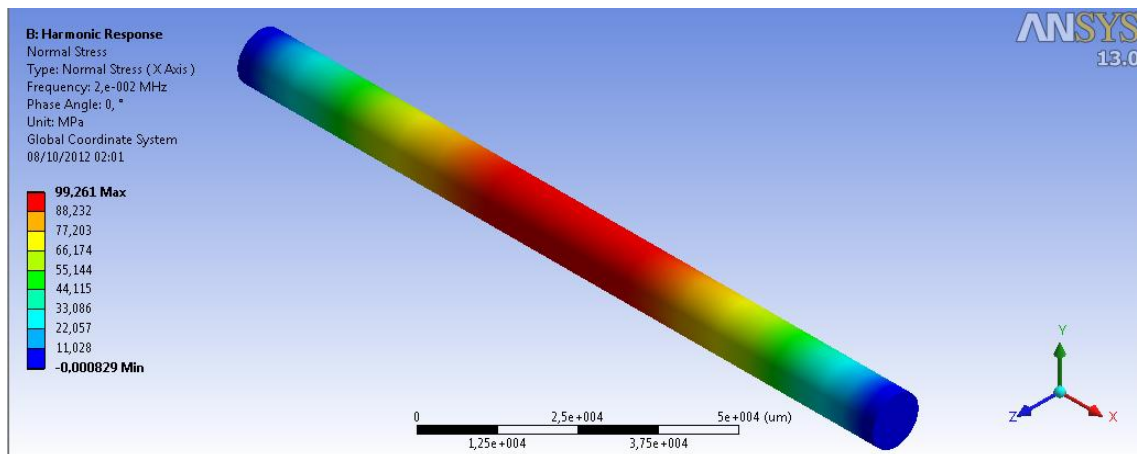


Fig. 7 - Campo di sforzo nell'istante di massima trazione.

La fig. 8 illustra l'andamento periodico nel tempo dello spostamento dell'estremo libero, $u(0,t)$, da dove si evince che si tratta di un test a trazione-compressione.

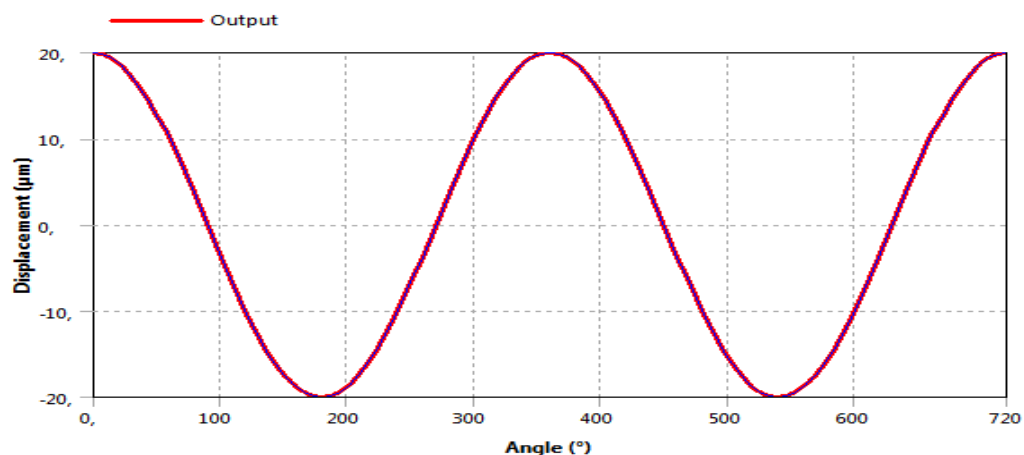


Fig. 8 - Andamento periodico nel tempo dello spostamento dell'estremo libero, $u(0,t)$.

Si ricorda che il parametro di controllo del test U_0 è il valore massimo raggiunto dalla funzione $u(0,t)$, che nel caso di studio vale $20\text{ }\mu\text{m}$.

I risultati ottenuti dalla soluzione del modello agli elementi finiti, si può notare come i risultati siano del tutto simili a quelli forniti dal modello analitico (vedi figure 9). Questo dimostra che le semplificazioni fatte nello sviluppo del modello analitico sono realistiche.

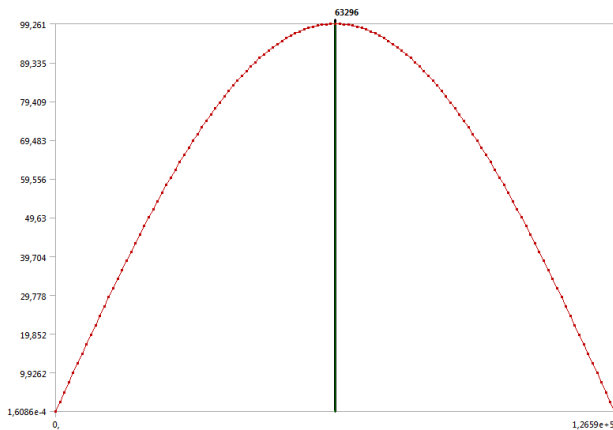


Fig. 9a – Andamento dello sforzo lungo la barra.
ANSYS

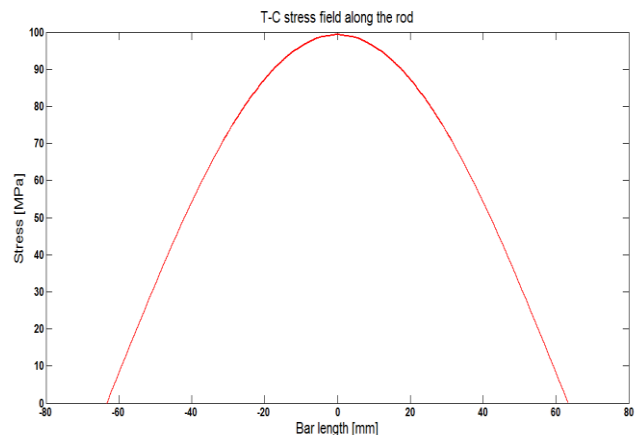


Fig. 9b – Andamento dello sforzo lungo la barra.
MATLAB

In tabella 2 sono stati raccolti i dati del test ad ultrafatica (20 kHz) modellato analiticamente e numericamente.

DATI DEL TEST	
Materiale	Acciaio ($E=200000\text{ MPa}$, $\rho=7800\text{ kg/m}^3$)
Lunghezza	126,59 mm
Frequenza	20 kHz
Spostamento massimo U_0	$20\text{ }\mu\text{m}$
σ_{MAX} (ANSYS) 99,261 MPa	σ_{MAX} (MATLAB) 99,266 MPa

Tabella 2 – Risultati dei due modelli.

4 CONCLUSIONI

Le proprietà a fatica dei materiali utilizzati per scopi strutturali sono state studiate per più di 150 anni; la curva di Wohler ed il limite di fatica (riferito a $N=2 \cdot 10^6 \div 10^7$) sono noti fin dal 1858. Uno dei più importanti sviluppi è stato l'approccio cosiddetto S-N (stress-life), legato al comportamento considerato asintotico dei metalli ferrosi.

Con il moderno sviluppo industriale, oggi la vita operativa richiesta in fase di progetto per molti componenti automobilistici, aeronautici, ferroviari, navali, ecc., spesso eccede il limite di fatica convenzionale. E' stato dimostrato che le fratture a fatica avvengono anche dopo miliardi di cicli e oltre; ciò significa che il concetto di durata infinita a fatica non è corretto. Conseguentemente la curva S-N di un materiale dovrebbe essere determinata per garantire la reale resistenza a fatica ad altissimi numeri di cicli.

Tali aspetti motivano la necessità di studiare la vita a fatica nel campo cosiddetto *very high cycle fatigue* ($10^7 < N < 10^{10}$).

I meccanismi della fatica incluso l'effetto dei diversi fattori che concorrono all'insorgere di una cricca sono stati ampiamente studiati recentemente. Le inclusioni presenti in tutti i materiali di uso ingegneristico sono luoghi favorevoli alla nucleazione di una cricca di fatica, specialmente in ambito di VHCF.

Il maggior vantaggio di usare il metodo di test a fatica ultrasonica è la capacità di fornire risultati in tempi molto brevi. Occorrono meno di 6 giorni per ottenere la resistenza a fatica a 10^{10} cicli alla frequenza di 20 kHz (3,2 anni a 100 Hz). Lo sviluppo di tale metodo offre vantaggi non solo in rapidità ed efficacia ma permette anche di chiarire il comportamento a fatica dei materiali in regime di VHCF. Eccellenti pubblicazioni su questo argomento sono state fatte da McDonald, Willertz, Tien, Roth, Stanzl-Tschegg, Mayer e Bathias.

E' importante sottolineare che ancora oggi mancano delle standardizzazioni internazionali per i metodi e le procedure per questo tipo di test.

I test a fatica ultrasonica sottopongono un elemento di materiale a sollecitazioni cicliche ad una frequenza pari ad un valore compreso fra 15 e 25 kHz (tipicamente 20kHz). Questo tipo di test differisce da quelli a fatica convenzionali, nei quali la frequenza a cui è sottoposto il provino è quella imposta dalla velocità dell'attuatore della macchina; in questo caso infatti l'elemento si trova in condizioni di vibrazione forzata. In un test a fatica ultrasonica invece, la frequenza imposta dalla macchina deve essere una delle frequenze naturali del provino, che perciò sarà in condizioni di vibrazione libera. Tale condizione, detta anche risonanza, è ciò che permette di

creare un campo ciclico di spostamento e di deformazione (quindi di sforzo) tali da causare la rottura per fatica del materiale.

L'obiettivo di questo lavoro di tesi è stato quello di sviluppare in maniera rigorosa il modello matematico di un test ad ultrafatica per una barra cilindrica sottoposta ad una sollecitazione ciclica di frequenza pari ad una delle sue frequenze naturali. Dopo aver ricavato le equazioni di governo del fenomeno, sono stati determinati gli andamenti lungo la barra dei campi di: spostamento, deformazione e sforzo.

Nel caso dei test ad ultrafatica si è interessati a pilotare il valore dello sforzo con cui effettuare il test per ottenere le curve S-N del materiale; tali test vengono effettuati ad una fissata frequenza tipicamente di 20 kHz. Come dimostrato dal modello analitico, una volta fissati la frequenza di test e le caratteristiche del materiale di cui è fatto il provino, l'unico parametro capace di governare l'andamento di spostamento, deformazione e quindi di sforzo, risulta essere l'ampiezza massima dello spostamento dell'estremo libero U_0 . Tale parametro viene misurato tramite un sensore (a fibra ottica o a correnti dissipative), inviato in retroazione al software di controllo della macchina la quale a sua volta regola la potenza del converter in modo da mantenere U_0 costante (ovvero il campo di sforzo costante al valore desiderato per il test).

Il modello analitico sviluppato è stato tradotto in linguaggio MATLAB, allo scopo di calcolare per una barra di fissate caratteristiche:

- lunghezza di risonanza per data frequenza;
- campo di spostamento;
- campo di sforzo;
- andamento dello sforzo in funzione dello spostamento massimo dell'estremo libero U_0 .

Tale codice MATLAB (vedi Appendice A) permette di risolvere le (15) partendo dalle caratteristiche del materiale, dal valore della frequenza di test e da quello di U_0 (massima ampiezza di spostamento dell'estremo libero).

La simulazione effettuata a scopo dimostrativo con il codice descritto, riguarda un provino di acciaio comune a sezione costante con $E = 200000$ MPa, $\rho = 7800$ kg/m³:

- 1) per la frequenza di test tipica di 20 KHz è stata ottenuta una lunghezza di risonanza per il primo modo di vibrare di **$L = 126,59$ mm**.
- 2) per uno spostamento massimo dell'estremo libero **$U_0 = 20$ μ m** è stato ricavato l'andamento dello spostamento e dello sforzo lungo la barra.

- 3) il massimo valore dello sforzo ottenuto è di $\sigma=99,266$ MPa. Esso è stato raggiunto esattamente in corrispondenza della sezione centrale della barra (come desiderato dai test a fatica). Trattandosi di un test di tipo tensione-compressione lo sforzo di test è stato $\Delta\sigma=198,54$ MPa.

Nella costruzione del modello analitico sono state introdotte diverse ipotesi per la barra (forma prismatica, omogeneità, sezioni trasversali piane parallele che rimangono piane e parallele ed uniforme distribuzione dello sforzo). Allo scopo di validare tale modello sono stati illustrati i risultati ottenuti dopo aver realizzato una soluzione dello stesso test utilizzando il metodo agli elementi finiti (FEM) grazie al software commerciale ANSYS 13.0:

- 1) lo spostamento ottenuto è massimo agli estremi e nullo al centro del provino (come previsto dal modello analitico);
- 2) lo sforzo è massimo al centro, pari a **99,261** MPa e nullo agli estremi.

I risultati ottenuti dalla soluzione del modello agli elementi finiti, si può notare come i risultati siano del tutto simili a quelli forniti dal modello analitico (vedi figura 3.8). Questo dimostra che le semplificazioni fatte nello sviluppo del modello matematico sono realistiche.

In conclusione, ci si può aspettare che nel prossimo futuro i test a fatica ultrasonica saranno un comune metodo accelerato di test. Non si devono però trascurare aspetti molto importanti che andranno ben investigati come:

- effetto della frequenza,
- comparazione fra i risultati dei test convenzionali con quelli ultrasonici,
- studio del comportamento a fatica dei diversi materiali in regime di VHCF.

APPENDICE A: CODICE MATLAB

```
%Profilo cilindrico mono-dimensionale
clc
clear all
close all

%%INPUT
disp('-----')
disp('Engineering data Input')
disp('-----')
E=input('Insert the "Elastic Young modulus(E)" [Kg m^-1 s^-2]: E= ');
rho= input ('Insert the Density [kg* m^-3]of the matterial: Rho= ');
f= input('Insert the Vibration frequency [Hz]: f= ');

scelta=menu('Choise of displacement','Value of diplacement','Displacement field','FINE')
switch scelta

    case 1
        U_0=input('Insert the Displacement amplitude at the end of the rod [µm where 1µm = 10^-6 m]: U0= ');
    case 2
        U_0_low=input('Insert the lower Displacement amplitude at the end of the rod [µm where 1µm = 10^-6 m]: U0= ');
        U_0_up=input('Insert the upper Displacement amplitude at the end of the rod [µm where 1µm = 10^-6 m]: U0= ');
        U_0=linspace(U_0_low,U_0_up,1000);
    otherwise
        break
    return
end

%% Parameter calculation (Wave Theory)
T=1/f; %Vibration period [s]
c=sqrt(E/rho); %Velocity of wave propagation [m/s]
l=c/(2*f); %Resonance length, [m], of FIRST MODE
omega=2*pi*f; %Natural pulsation of the wave [Hz or cycle/s=1/s]
k=pi/l; %coefficient

%% CALCULATIONS
%Displacement & Strain & Strain ratio & Stress field
i=1;
A_o=U_0.*10^-6;
x=linspace(-l/2,l/2,100);

for j=1:length(U_0)
    A_o=A_o(j);
    for i=1:length(x)
        U_x(j,i)=-A_o*cos(k*(x(i)+l/2)); %Displacement field along the rod
        e_x(j,i)=k*A_o*sin(k*(x(i)+l/2)); %Maximal Strain field along the rod
        Sigma(j,i)=E*e_x(i); %Maximal Stress field along the rod
        Sigma_cycle(j,i)=2*Sigma(i); %Total Stress field along the rod
    end
end

Sigma_max=E*k*A_o*sin(k*l/2); %Stress on the center
Sigma_test=2*Sigma_max; %Stress on the center
% t=[0:T/50:T]; %mesh for the time (1 cycle)
% U_t=A_o*sin(omega*t); %Displacement Modulus
```



```

%% Plot

if length(U_0)<=1
%   figure (1)
%   plot (x*10^3,U_x*10^6,'b');
%   title ('Displacement field along the rod')
%   xlabel('Bar length [mm]')
%   ylabel('Displacement [ $\mu$ m]')
%   grid on

    figure (1)
    plot (x*10^3,Sigma*10^-6,'r');
    title('T-C stress field along the rod')
    xlabel('Bar length [mm]')
    ylabel('Stress [MPa]')
    grid on

%   figure (3)
%   plot (x*10^3,Sigma_cycle*10^-6,'r');
%   title('TEST stress field along the rod')
%   xlabel('Bar length [mm]')
%   ylabel('Stress [MPa]')
%   grid on

%% -----

figure (2)
title ('Displacement and Stress field along the rod')
grid on

%Displacement
x1=x*10^3;
y1=U_x*10^6;
h11 = line(x1,y1,'Color','b');
ax1 = gca;
set(ax1,'XColor','k','YColor','k')
xlabel('Bar length [mm]')
ylabel('Displacement [ $\mu$ m]','Color','b')
axis([min(x1) max(x1) min(y1) max(y1)])
% axis tight

%Stress
x2=x*10^3;
y2=Sigma*10^-6;
ax2 = axes('Position',get(ax1,'Position'),'XAxisLocation','bottom','YAxisLocation','right','Color','none','XColor'
h12 = line(x2,y2,'Color','r','Parent',ax2);
ylabel('Stress [Mpa]','Color','r')
%   axis([min(x1) max(x1) -max(y2) max(y2)])
axis([min(x1) max(x1) -105 105])
% axis tight

% Barra
x3=[min(x1) max(x1)];
y3=[0 0];
h13 = line(x3,y3,'Color','k');

%% -----

figure (3)

[Ax,Fun1,Fun2]=plotyy (x*10^3,U_x*10^6,x*10^3,Sigma_cycle*10^-6);
%   [haxes,hline1,hline2,hline3]=plotyy (x*10^3,U_x*10^6,x*10^3,Sigma_cycle*10^-6,[-1/2 1/2]*10^3,[0 0]);
set(Fun1,'Color','b')
set(Fun2,'Color','r')
set(Ax(1),'YColor','k')
set(Ax(2),'YColor','k')%,'Yaxis','[-max(Sigma_cycle*10^-6) max(Sigma_cycle*10^-6)]')

%   set(hline3,'Color','bk')
title ('Displacement and Stress field along the rod')
xlabel('Bar length [mm]')
axes(Ax(1))
ylabel('Displacement [ $\mu$ m]','Color','b')
axes(Ax(2))
ylabel('Stress [Mpa]','Color','r')
%   axis([min(x*10^3) max(x*10^3) -max(Sigma_cycle*10^-6) max(Sigma_cycle*10^-6)])
grid on

%% -----

```

```

figure (4)
title ('Displacement and Stress field along the rod')
% grid on

%Displacement
x1=x*10^3;
y1=U_x*10^6;
h11 = line(x1,y1,'Color','b','LineWidth',2.5);
ax1 = gca;
set(ax1,'XColor','k','YColor','k')
xlabel('Bar length [mm]')
ylabel('Displacement [ $\mu$ m]','Color','b')
axis([min(x1) max(x1) min(y1) max(y1)])

%Stress
x2=x*10^3;
y2=Sigma*10^-6;
ax2 = axes('Position',get(ax1,'Position'),'XAxisLocation','bottom','YAxisLocation','right','Color','none','XColor','k','YColor','r','LineWidth',2.5);
h12 = line(x2,y2,'Color','r','Parent',ax2,'LineWidth',2.5);
ylabel('Stress [Mpa]','Color','r')
axis([min(x1) max(x1) -105 105])

% Barra
x3=[min(x1) max(x1)];
y3=[0 0];
h13 = line(x3,y3,'Color',[0.5,0.5,0.5],'LineWidth',10);

%% -----

% figure (4)
% plot (x*10^3,e_x,'y');
% title ('Strain field along the rod')
% xlabel('Bar length [mm]')
% ylabel('Strain [dimensionless]')
% grid on

% figure (5)
% plot (x*10^3,e_x,'y');
% title ('Strain field along the rod')
% xlabel('Bar length [mm]')
% ylabel('Strain [dimensionless]')
% grid on

%% Test Results
disp('-----')
disp('Result data for the tested specimen')
disp('-----')
disp(['Resonance length (l) for the FIRST mode of vibration: l= ',num2str(l*10^3),' [mm]'])
disp(['Maximal stress: Sigma_max= ',num2str(Sigma_max*10^-6),' [MPa]'])
disp(['Test stress: Sigma= ',num2str(Sigma_test*10^-6),' [MPa]'])

else
figure (5)
plot (U_0,Sigma_test*10^-6,'r');
title ('Stress versus Displacement field')
xlabel('Displacement [mm]')
ylabel('Test stress [MPa]')
grid on
end

if length(U_0)>=2

G=input('Inserisci il Test-Stress di interesse [MPa]: S= ');
[Y,I]=find(Sigma_test>=G*10^6);
fprintf('Per un test a %f [MPa] il displacement è di %f [ $\mu$ m] \n',G,U_0(min(I)))
% format long E
end

```

BIBLIOGRAFIA

Fatigue Design, Life expectancy of Machine Parts - Zahavi, Eliahu (1998) A Solomon Press Book, New York (USA).

Fatigue of Structures and Materials - Jaap Schijve.

Mechanical Testing and Evaluation - ASM Vol.8 (Roth, 1999).

Gigacycle fatigue in Mechanical Practice – C. Bathias, P.C. Paris (2005).

Wave motion in Elastic Solids (Oxford, 1975) - Graff K. F.

Very high cycle fatigue - Is there a fatigue limit? – B. Pyttel, D. Schwerdt, C. Berger (2010).

Importance of standardization for fatigue testing and fatigue data analysis in very high cycle regime – T. Sakay (2006).

The present situation and future problems in ultrasonic fatigue testing – R. Ebara (2006).

Special issue on the Third International Conference on Very High Cycle Fatigue (VHCF-3) held in Kyoto (Kusatsu, Japan on 16–19 September, 2004).

An understanding of very high cycle fatigue of metals – Marines, Bin, Bathias (2003).

There is no infinite fatigue life in metallic materials – C. Bathias (1999).